continebit: et sic anima nō potest esse certa de aliquo actu suo intelligendi qd est falsum: probatur ex dictis Henri. Si de illo qd continue movetur non potest haberi certitudo: cum ergo actus ille sit mutabilior ipsa anima: sequitur q nunquam potest esse certa de aliquo actu suo intelligendi: et sic intellectus reflectendo se super actum suum intelligendi nullam certitudinem haberet de actu intelligendi supra quem reflectit: nec similiter aliquam de actu volendi cum ille sit simpliciter mutabilior anima: que omnia sunt absurda. ¶ Ibi. Similiter fm opinionem istam. ¶ Hic Doc. deducit Henri. contra seipsum: qz Henri. dicebat q quando species intelligibilis causata a sensibilibus concurrit cum specie illapsa: tunc habetur certitudo de obiecto sensibili. Contra hoc arguit. ostendendo contra Henri. q nulla tunc haberetur certitudo de re sensibili: aut oportebit eū dicere q de re sensibili potest haberi certitudo per exemplar creatum. Primum probatur q tunc nulla esset certitudo: qz quando aliquid concurrit qd repugnat certitudini per illud nunquam potest haberi certitudo. probatur qz quando propositio contingens concurrit cum altera de necessario nunquam potest sequi conclusio de necessario sed tantum de contingenti: sic quando exemplar creatum qd repugnat certitudini concurrit cum specie illapsa per quam habetur certitudo nunquam ex his duobus simul concurrentibus habebitur certitudo. Et si vult dicere q habetur certitudo: tunc oportet eum concedere q exemplar creatum non repugnat certitudini. ¶ Si dicat q hec ratio quam facit Doc. contra Henri. etiam contra ipsum doctorem concluderet: qui sic arguit de fide infusa et fide acquisita in quol. q. 14. art. 1. Quando ad eundem actum concurrit regula fallibilis et cum regula infallibili ille actus nō est infallibilis. Probatur per simile: qz ex duabus premissis quarum una est necessaria et alia contingens non sequitur conclusio necessaria: et ratio: qz qd dependet ex pluribus non potest esse perfectioris conditionis quocunque illorum: nunc autem quicunque actus credendi: adhoc q eliciatur dependet a fide acquisita monente: igitur si illa sit fallibilis nunquam actus elicitus erit ex principio tali: supple ex fide infusa que est regula infallibilis quin sibi posset subesse falsum. hec ibi. Sic erit in proposito: qz diceretur q quamvis certitudo sit a specie illabente et a regula infallibili: et a spē intelligibili causata a sensibilibus et a regula fallibili: nō tamen sequitur incertitudo obiecti sensibilis. ¶ Dico q nō est simile de fide infusa et fide acquisita: qz certitudo actus est a fide infusa semper est determinate verus: ita q talis actus simpliciter dicitur determinate verus licet cū fide infusa concurrat fides acquisita et simul inclinet ad eundem actum: nunquam certitudo actus haberetur a fide acquisita et talis est sed tantum a fide infusa: qz fidei infuse nunquam potest subesse actus falsi: inclinationi vero fidei acquisite quantum est ex parte sua pōt subesse actus falsi. Si ergo certitudo actus credendi dependeret ab utroque habitu: tunc argumentum doctoris concluderet contra seipsum: sed qz tota certitudo actus credendi accipitur ab habitu infuso: licet cum illo concurrat fides acquisita: patet q argumentum Doctoris de fide infusa et acquisita non concludit. Argumentum vero factum contra Henri. concludit contra ipsum Henri. qz ipse vult q certitudo de aliquo sensibili simul dependeat a specie intelligibili causata a sensibilibus: que est regula fallibilis et specie infusa que est regula infallibilis. ¶ Ibi. Idem etiam patet de tertia ratione. Doc. hic improbat tertiā rationem Henri. que talis erat: Quia ex quo animus per exemplar creatum non potest discernere verum a verisimili: sequitur q per tale exemplar nō poterit habere certitudinem de aliquo sensibili. probat antecedens: quia talis species intelligibilis potest representare se tanquam se intellectui et se tanquam obiectum: sicut est in somnis. si representat se tanquam se veritas ē: si vero se tanquam obiectum falsitas est. Contra hoc arguit Doc. non contra rationem istam in se sed reducendo Henri. ad alterum inconveniens. videlicet q vel nulla erit certitudo de sensibili quantumcunque aliis species infusa concurrat cum ista specie intelligibili: qd est contra ipsum: vel oportebit Henri. dicere q per talem speciem intelligibilem potest haberi certitudo de sensibili. ¶ Ibi. Quod autem ista conclusio non sit secundum mentem Augustini &c. ¶ Hic doctor probat ex dictis Augustini q potest haberi certitudo de sensibilibus: vel de abstractis ab eis absque speciali luce increate illustratione cuius oppositum asserebat Henri. dicens fuisse intentionem Augustini: videlicet q de sensibilibus nulla esset certitudo. probatur ergo per Augustinum q possit haberi sincera veritas et certitudo &c. patet per Augustinū 2 Soli. Spectamina disciplinarum. i. est principia scientiarum: quasque verissima esse nulla dubitatione concedit: ergo de principiis scientiarum potest esse certitudo et infallibilitas: que tamen principia sumuntur a visibilibus. Idem etiam probat per Boetium de ebdo. Cōmunis inquit animi conceptio est quam quisque probat auditam. i. conceptio alicuius propositionis per se note ab omnibus intelligentibus terminos illius propositionis et unionem terminorum: est supple fundamentaliter [illegible] esse verum quando audit eam preconcipiendo terminos et unionem terminorum. Deinde probat autoritate Aristo. secundo methaphisice. t. c. primi. Prima inquit principia sunt omnibus nota sicut ianua in domo: qua ianua neminem latet licet interiora domus lateant. ¶ Ibi. Ex his tribus auctoritatibus. ¶ Hic intendit probare q non tantum possit via naturali haberi certitudo de principiis per se notis: sed etiam de omnibus conclusionibus virtualiter contentis in eis: et argumentum stat in hoc. Illud est simpliciter naturale qd sequitur naturam alicuius speciei sive quod consequitur ad naturam alicuius speciei: hoc patet. Sed posse habere certitudinem infallibilem de primis principiis et de conclusionibus virtualiter contentis in eis consequitur naturam speciei humane. ergo talis certitudo infallibilis potest haberi naturaliter: probatur minor. quod convenit omnibus alicuius speciei sequitur naturam speciei eius: sed posse habere certitudinem infallibilem de principiis primis &c. convenit omnibus individuis speciei humane. hoc patet per tres auctoritates supra positas. scilicet Augustini Boetii et Aristo. Si ergo potest haberi certitudo infallibilis de principiis primis etiam potest haberi certitudo de conclusionibus virtualiter cōtentis in eis. Hoc probat: quia cuilibet est naturaliter evidens forma syllogismi perfecti: sicut patet ex diffinitione syllogismi perfecti primo priorum capitulo primo: que talis est. Syllogismus perfectus est q nullius indiget preter illa que sumpta sunt ut appareat necessarius. Syllogismus vero imperfectus est qui indiget unius aut plurium que sunt necessaria per sumptos terminos non autem per sumptas propositiones: q imperfectus preter expoi.

Instātia et appens cōtradictio.

Solo.

Syllogismus imperfectus indiget unius aut plurium.

mouet sicut rō agendi dr esse illa forma ꝑm quā agēs agit: talis aūt ratio formalis mouēdi nō pōt esse respectus ad potentiā·tꝫ probat ꝑ Arist·2·de anima·Et littera sequens clara est·

Sed restat vnum dubiū si ens ꝑm rōnem suā cōtrariā sit primū obiectū intellectus quā nō pōt qdcūqꝫ cōtentū sub ente nālr mouere intellectū: ꝫ si sic·tunc nāliter posset deus cognosci a nobis ꝫ substātia ois immālis qđ negatū est hic ꝫ·3·m·q·1·ꝓlogi·¶ Ibi·Respondeo· Ista rūsio stat in duobus dictis·Primū qꝫ si loquimur de intellectu ꝓ statu isto adeqtū obiectum intellectus in rōne motiui est qditas rei sensibilis·vt supra diffuse expositū·Si vero loquimur ꝺ intellectu ex nā intellectus nō restringendo ipsum ad aliquē statū tūc ens sub rōne cōtrariā est adeqtū obiectū intellectus in ratione motiui·

Obiectū intellect⁹ nri pnti motiuū est qditas rei sensibilis·

Sed circa hoc secūdū dictū occurrunt aliqua dubia·Primum qꝫ si ens sub rōne cōtrariā est primū obiectū intellectus creati ex nā potētie in rōne motiui·seqꝛ qꝫ deus cū sit ꝑfectissime intelligibile nālr possit mouere intellectū creatū·cuius oppositū expresse tꝫ Doc·q·xiiij·quol·rūdendo ad illud argumētū qđ ibi facit·s·Eiusdem obiecti primi accepti ꝑm totā suā īdifferentiā ad potentiā quā primo respicit acceptā ꝑm totā suam indifferētiā est idē modus se hñdi in mouēdo·s·nāliter vel nō nālr·nūc aūt ens illimitatū mouet nālr aliquē intellectū vt diuinū·igꝛ simili modo mouet quēlibet intellectū·Et rūdendo doc·ad hoc argumētū dicit sic·Essentia diuina est motiua īmediate sui intellectus sꝫ nō intellectus creati:q intellectus diuinus est primū mobile oīno:ꝫ rō primū mouēs a prima forma motiua:ꝫ nihil aliud est immediate mobile a prima forma motiua:q nō pōt īmediate mouere nisi primo modo motiōis·s·īmediate·hec ille·Et tū statim sequitur qꝫ si ens sub rōe cōtrariā sit adeqtū obiectū intellect⁹ creati ex nā potentie:qꝫ maxime intelligibile cuiusmodi est essentia diuīa poterit mouere intellīn creatū nāliter·¶ Rūdeo qꝫ qn Doc·dicit qꝫ ens sub rōne cōtrariā ē adeqtū obiectū intellectus creati in rōe motiui·Accipit ibi ens vt est cōmuni ad oē ens limitatū sine creatū:nō autē vt cōprehēdit sub se ens illimitatū·vt expresse pꝫ a Doc·m quol·q·xiiij·ꝫ sic nō sequitꝛ qꝫ de⁹ sit nālr cognoscibilis ab intellectu creato·

Notanda difficultas·

Solō·

Alia difficultas est qꝫ si ens limitatū sub sua rōe cōtrariā sit adeqtū obiectū intellectus creati ex nā potentie:ꝫ hoc sub rōne motiui·seqꝛ qꝫ quodlibet ens limitatū ꝑ se intelligibile possit mouere hm̄oi intellectū:ꝫ qꝫ qlibet intellectus sit mobilis a quocūqꝫ tali ente:ꝫ qꝫ qđlibet intelligibile limitatū sic possit mouere pꝫ Tū qꝛ dicit Doc·in·q·1·ꝓlogi·rūdendo ad primū argumētū principale·vbi sic dicit·Impossibile est aliqd esse obiectū primū nālr qn quodlibet cōtentū sub illo sit ꝑ se obiectū nālr·Da n·oppositū·ꝫ tūc nō est adeqtū nālr sed excedēs ꝫ aliqd eo inferius est adeqtū nā ꝫ ita primū·hec ille·Tū qꝛ dicit i·q·ꝺ subiecto theologie·Proportio obiecti ad potentiā est ꝓportio motiui ad mobile vel actiui ad passiuū qꝫcūqꝫ aūt aliqđ agens agit in aliqđ passiuū ꝑ quodlibet agēs eiusdē rōis in quodlibet passiuū eiusdē rōnis agere:ꝫ prima extrema ꝓportiōis actiui ad passiuū sunt cōīa ad oīa extrema illius ꝓportiōis·Itā inter illa rōīssima est adeqtio qꝫ in quocūqꝫ est rō vnius illud respicit quodlibet ī quo est rō alterius·hec ille·Ex hoc ḡ seqꝛ qꝫ si ens limitatū sub rōne cōtrariā est adeqtū obiectū in rōne motiui intellectus creati:qꝫ quodlibet vbi est rō entis poterit mouere intellectū creatū·Tū et qꝛ ipse Doc·dicit in ·2·di·8·q·2·rūdendo ad·q·qꝫ prima extrema ꝓportionis actiui ꝫ passiui sunt vīssima abstracta a quocūqꝫ actiuo ꝫ a quocūqꝫ passiuo:ꝫ ista ꝓportio inest ꝑticularibus sub vtroqꝫ extremo ꝑ rōnē eādem·hec ille·Doc·idē in·q·xiiij·quol·vbi sic dicit·Obiectum ꝓpriū ꝑm totā suā indifferentiā est adeqtū obiectū ꝫ respicit potentiā ꝑm suā ꝑm totū genus suū·vt ꝓprium extremū·aliqs igꝛ est modus ꝓprius ꝑm quē hoc extremum respicit illud·ille idē modus saluabit inter quecūqꝫ extrema ꝑticulariter ꝯtenta sub istis primis extremis:q ꝑticularia extrema ꝫ si explicite nō īnhoc includunt prima extrema:ꝫ ita se respiciūt eodē mō quo illa pria·hec ille·Si ḡ ens limitatū sub rōe cōtrariā est primū obiectū in rōne motiui ꝫ respicit intellectū creatū in rōne passiui:statim seqꝛ qꝫ quodlibet ꝯtentum sub ente limitato qđ est primū extremum ꝓportionis:possit mouere quēlibet intellectū creatū q continetꝛ sub intellectu creato in cōī qꝫ est aliud extremum ꝓportiōis:sed multa sunt entia ꝑ se intelligibilia que nō pñt mouere aliquē intellectū creatū·vt relationes·vt pꝫ a Doc·et silr·4·spēs qualitatis·ꝫ silr artificialia inqtū hm̄oi vt pꝫ a doc·in·4·dist·1·q·1·ꝫ multa alia·¶ Rūdeo qꝫ si Doc·intelligeret qꝫ ens limitatū in sua rōne cōtrariā esset adeqtū obiectū intellectus creati in rōne motiui:accipiendo adequatū ꝓut intendit in oī ꝑ se intelligibili ꝫ ipse exponit in·q·1·ꝓlogi: oporteret cōcedere qꝫ oē ꝑ se intelligibile posset mouere intellectū creatū·Debꝫ ḡ sic intelligi vt·s·exposui·vꝫ q sunt multa entia q sunt obiecta intellectus creati in rōne motiui·vt ois substātia ꝫ partes eaꝝ ꝫ multe spēs qlitatis ꝫ forte multe qntitates vt dixi·s·ꝫ qꝛ opꝫ nos ponere aliqđ cōe ꝓ obiecto nihil cōius inuenimus substātie ꝫ accidenti limitatis ipso ente limitato·Quia ēt multa sunt ꝑ se intelligibilia vt passiones ꝫ relationes reales q virtualiter continentꝛ vel in substātia vel in qntitate vꝫ in qlitate:ꝫ ideo huiusmodi cōtinētia pñt mouere intellectū ad notitiā taliū cōtētoꝝ que ꝯtinentia cōueniūt in ente qditatiue:ꝫ vltra quia multa essentialr cōtenta in aliis sunt ꝑ se intelligibilia cuiusmodi sunt drīe vltime:ꝫ tū nō pñt mouere intellectū creatū·Cōtinentia ergo essentialiter hm̄oi differentias vltimas monēt intellectū creatū ad eaꝝ notitiam:q tū cōtinentia tā in pñto substātie qꝫ qntitatis ꝫ qualitatis cōueniunt in ente limitato quiditatiue·¶ Item qꝛ forte supioꝝ nō mouent intellectū creatū ad sui cognitionē:q intendo qꝫ tū sit vna spēs intelligibilis spēi specialissime ꝫ oīm supioꝝ vt·s·exposui·m·q·1·ꝫ·2·ꝑsen·dr tunc cognitio supioꝝ causatꝛ a spē specialissima siue a spē intelligibili spēi specialissime supplētis vicē spēi specialissime·¶ Dico ergo qꝫ nō debemus ponere ens limitatū vt primū obiectum adequatum intellectus creati ꝫ hoc simpliciter in rōne motiui:quia vt dixi oportet et ponere qꝫ quodlibet in quo saluatꝛ ratio talis entis esset ꝑ se motiuū intellectus creati:sed sic ponere debemus qꝫ ex quo inter oīa habemus assignare aliquod obiectum primū potentie vel primitate cōitatis essentialis:vel primitate virtualitatis in se vel in suis inferioribus:ꝫ quia non inuenimus aliquod sic primum respectu omnium ꝑ se intelligibilium sicut ens:ideo dicimus qꝫ est primū obiectum motiuum intellectus creati:ꝫ hoc vel in se vel in suis inferioribus ꝫ inferiora vel per se mouent ad sui notitiam:vel saltem virtualiter vel essentialiter continentur

Alia difficultas excellens·

Respōsio·

Ens limitatum nō pōt poni primū obiectū adeqtū creati intellectus·

predicatur in quid de illis: et sic nõ est gñs· Contra hãc rõnem arguit: quia hec oõnia est Boetij in lib· porphy· in secũda editiõe sup illo vbo· Si quis inquit oia vocet entia equiuoce inculpabit: vbi facit ẽt hũ inuenia hoc· et· Ens vniuoce pdicatur igitur est gñs· Oebuit per hoc: quia vniuoce cõmuniter pdicari est pdicari vt gñs· Os si ipsi negabunt Boetiũ: nõ est mirũ si nos negamus ipsos· malo· n· errare cũ Boetio quã cũ eis recte sentire·

Ad instantias eius facile rñdet· ¶ Rñdeo primo quod aliud est dicere aliquid fm opiones Ari· et aliud fm alterius opiones· Sco· n· dicit quod sustinendo positionẽ Ari· ens nõ põt poni gñs quia est pdicetur vniuoce de pluribus spẽ differẽtibus in qd· vt pz in lra Sco· pñti di· q· 3· rñdendo ad illud argumẽtũ de gñe· ¶ Põt dici scdo quod nõ est incõueniẽs exponere Boe· scilicet ens pdicari et in qd de pluribus spẽ differẽtibus: ita quod sit diuidibile per d'rias spẽ ficas tunc vere esset gñs· multe· n· sunt cõditiones requite ad hoc vt aliquid dicatur proprie genus et·

Idez Aug· ¶ Item instat Sillam rñsionẽ quia lz deus conueniat cũ creatura in aliquo ocepti reali nõ tñ cõueniunt in aliqua realitate: et sic sunt primo diuersa in realitate lz nõ in conceptu reali· Contra· quia tunc nulla essent simplr primo diuersa quod est 3 Ari· v· me· textu nõ habente comẽtũ· et· iz· me· t· c· xij· probatur cõsequentia· quia oia saltem cõueniunt in cõceptu cõi reali· Item si deus et creatura cõuenirent in conceptu reali entis formaliter: tũc tã deus quã creatura essent form aliter seipso ens: et sic creatura esset seipsa p essentiaz formaliter ens quẽ admodũ deus· hoc est falsum·

Soluit rõ· ¶ Rñdeo ad primam instantiaz quod assumit falsum· scilicet quod oia cõueniant in conceptu cõi reali in quid vt pz de vltimis differẽtijs et passionibus entis· et de hoc vide infra di· viij· q· z· in rñsione ad primũ argumẽtũ principale· ¶ Ad scdã· illa ɔsequentia est manifeste falsa· Et dico quod aliquid eẽ seipso tale põt dupliciter intelligi· vel originatiue vel formaliter· Secũdo nõ homo formaliter ẽ hõ hũitate: sz primo nõ nõ est seipso hõ quia aliunde causatur· Sicut ẽt dicimus quod filius dei est ex se necesse esse formaliter: sed non originatiue vt patet· 3· distin· z· pte· z· q· 3·

¶ Deinde nititur soluere argumẽta Sco· de vniuocatione entis· Sed quia vt pz ex hisque supra declaraui in pñti· q· nõ euacuãt rões Sco· nec vt video ipas Scorones bñ percipiunt vt pz in littera huius noui interpretis· breuitatis cã trãsco· Vide tñ que dicit Sco· infra distin· viij· q· z· vbi soluit quasdam instantias de entis vniuocatione et·

Opi· Egi· de Roma quol· q· z·

His visis de ente

restat vlterior dubitatio· Utrũ possit poni aliquod aliud trãscẽdẽs primũ obiectũ intellect' nostri· Hic recitat vnã opinionẽ que est Egidij de Roma quol· 4· q· z· qui dicit quod verum est obiectum adequatum et primum intellectus nostri et non ens: et pbat tripliciter·

Sed contra istam

conclusionẽ de veritate et· Arguit Doc· Et primo arguit sic· Obiectũ adequatũ intellectus dicitur primũ primitate cõitatis et primitate virtualitatis intelligẽdo vt· 3· exposui· verum nõ est huiusmodi· pz: quia de his quã sunt maxime intelligibilia nõ pdicatur in qd: quia nec de deo nec de substãtia nec de accidentibus absolutis: cum sit passio entis: nec virtualiter vt pz· Non· n· veritas continet virtualiter notitiam illorũ que sunt per se intelligibilia: quia nõ notitiã substãtie nec notitiã subiecti cuius est: sed magis eõ·

¶ Secundo arguit Doc· ibi· Item verũ est passio entis et cuiuslibet inferioris ad ens· si ergo homo tũ intelligitur sub rõne veri et in qz obiecti adequati: ergo hõ non intelligitur sub rõne ppria et quiditatiua sz tñ sub rõne accidentali: sed cognitio qditatiua alicuius prior est cognitiõe accidẽtali· ¶ Ibi· Confirmatur rõ ex scdo posterio· ¶ Hic Doc· arguit a magis ad minus· Et supponit quod qñ obiectũ idẽ in tum alicuius habitus vt puta adequatum obiectũ habitus methaphisice cõp aratum ad ipsum habitum inferius tali obiecto extraneatur suo supiori· Exemplum· Ens in qztũ ens est adequatũ obiectũ habit' methaphisice: ergo hoc ens erit adequatũ· Non sequitur: quia hoc ens inferius extraneatur enti vel habitu in qñtum ens et sic adequatum obiectum· Et si inferius extraneatur suo superiori vel habitu quãto magis aliquod subiectum extraneatur sue passioni· quia inferius includit essentialiter suũ supius: subiectũ autẽ nõ includit passionẽ essentialiter· Si ergo ens nõ põt poni primũ obiectum habitus met'aphisice sub rõne alicuius inferioris cui nimis extraneatur multo minus poterit poni primũ obiectum habitus methaphisice siue obiectum intellectus sub rõne veritatis cui in 3gis extraneatur· quod autez nõ possit poni sub ratione inferioris patet: quia ens vt ens potest cognosci nõ cognito inferiori· Et hoc probo· quia cum scientia nulla in vniuersali sit ignorantia huius inde singularis·

Ad rationes in

oppositũ· Nunc Doc· intendit soluere rões quas facit Egidius, p se quarum prima est· ibi· Distincte potentie hñt distincta obiecta formalia· i· oportet assignare distincta obiecta respectu intellectus et volũtatis: sed si ens poneretur adequate obiectũ intellectus· queritur quod erit obiectũ adequatũ volũtatis: si ponitur ens quã idẽ obiectũ· Videtur ergo dicendũ quod ens sub rõne veritatis sit adequatũ obiectũ intellectus et ens sub ratione bonitatis sit adequatũ obiectũ volũtatis· ¶ Ad hanc rõnem rñdet Doc· primo dicendo illaz contra Egidiũ: quia volũtas nõ põt hr̃e actũ aliquẽ circa aliqd sub quacũqz rõne nisi illud sub illa rõne sit precognitũ· hoc ab oĩbus cõceditur· si ergo volũtas nõ habet aliquẽ actũ nisi circa ens sub rõne bõi siue sub rõne volibilis: talis rõ erit pcognita ab itellectu: et p ɔñs rõ formalis obiecti volũtatis cadit sub obiecto intellectus: et sic iste potentie nõ distinguuntur p distincta obiecta formalia· ¶ Ibi· Itẽ itellectus· Hic pbat quod ita bonũ est cognoscibile ab intellectu sicut et verum: et p ɔñs volũtas nõ distinguitur ab intellectu pp distinctẽ obiectũ: quia quod est obiectũ volũtatis est simpli obiectũ intellectus: cum oẽ tale sit per se intelligibile ab intellectu· et lra pz· Ibi· Ad illud quod accipitur in argumẽto· Ista lra clara est· Ibi· Secũdã rõnem ẽt duco ad oppositum· Secũda rõ Egidij cum sua rñsione patet in lra· ¶ Ibi· Tertiã deduco ad oppositũ· Et ista importat aliquale difficultatẽ· Tertia rõ Egidij est ista· Nihil dicitur esse proprie obiectũ alicuius obiecti nisi hz quod est propriũ motiuũ illius: sed ens fm quod absolutũ nõ est proprie motiuũ ergo· Minorẽ pbat: quia nihil mouet potentiam nisi fm quod hz hitudinem ad eam: sed illud fm quod ens formaliter habet hitudinem ad intellectum est veritas: quia fm Ansel· de veritate· c· 3· Veritas est rectitudo sola mente perceptibilis· ¶ Respondet Doc· reducendo rationem istam 3 Egidiuz· Ibi· Tertiam deduco ad oppositum· Quia Egidius dicit quod ratio obiecti est respectus ad potentiam loquendo de ratione obiecti motiui· Doc· dicit quod illud proprie est ratio obiecti motiui quod est ratio formalis mouẽdi· Et illud est forma siue essentia obiecti qua obiectũ

conformitatis exemplati ad exemplar: sic q conformitas exemplati sc; exemplaris: et exemplati dicitur veritas. modo talis veritas possit concipi diuisim conformitate non concepta: quis enim absolute potest hominem concipere hominem non concipiendo conformitatem ad suum exemplar: et sic primo intelligentia simplici potest concipi entitas aliqua sine conformitate ad exemplar: et per consequens sine veritate: et sic conceptus talis entitatis est prior. Et cum dicit q tunc concipitur illud qd verum est. Sic debet intelligi q concipiendo entitatem in se concipitur illud qd est conforme suo exemplari: sed quando concipitur sub ratione veritatis tunc concipitur sub ratione conformitatis ad exemplar. ¶ Ibi. Singulariter in questione preposita. Premittit duo. Primum q si accipiatur sincera veritas pro conceptu rei: sic homo naturaliter potest concipere aliqd verum puta entitatem in se: et hoc probat. Et probationes clare sunt in littera. Secundum dicitur est ibi. Sed si loquamur de cognitione veritatis. Id est an ex puris naturalibus possit cognosci aliqua sincera veritas: adest aliqua conformitas alicuius entitatis ad suum exemplar: et tunc distinguit de exemplari: q duplex est exemplar rei scilicet creatum qd est species intelligibilis ipsius rei: et tunc cognoscere veritatem alicuius rei per exemplar creatum est cognoscere conformitatem rei ad speciem intelligibilem ipsius. Exemplar vero increatum est ydea in mente diuina: et tunc cognoscere veritatem rei per huiusmodi exemplar est cognoscere conformitatem illius rei ad propriam ydeam que relucet in mente diuina. Et tunc ponit duas conclusiones. Prima impossibile est habere aliquam sinceram veritatem de aliqua re vt comparatur ad exemplar creatum: et hoc probat tribus rationibus que in soluendo eas declarabuntur. Secunda conclusio est. q potest haberi sincera veritas de aliqua re vt comparatur ad exemplar increatum: sed hoc non potest esse via naturali. ¶ Ibi. Et tunc modus ponitur. videlicet quomodo potest haberi sincera veritas de aliqua re vt comparatur ad exemplar increatum. Et quia ista littera est satis obscura ideo declaro eam de particula in particulam. Cum dicit. deus non vt cognitum habet rationem exemplaris ad qd aspiciendo cognoscitur sincera veritas. est enim cognitum in generali attributo: sed est ratio cognoscendi vt nudum exemplar et propria ratio essentie create. Sensus est q deus vt habet ydeas creaturarum est ratio cognoscendi illas creaturas: q quando ostendit nobis ydeas creaturarum est ratio cognoscendi creaturas: et hoc vt exemplar nudum adest non vt cognitum. Sequitur. Qualiter autem possit esse ratio cognoscendi et non cognitum ponitur exemplum. Et littera stat in hoc: q species intelligibilis est ratio cognoscendi obiectum cuius est non tamen vt cognita. Nam primo cognoscitur obiectum per illam q talis species cognoscatur: vt patet. Similiter quando radius solis deriuatur ab ipso sole ad potentiam visiuam directo aspectu: tunc videtur sol quando radius videtur: quando vero deriuatur obliquo aspectu puta quando reflectitur ad opacum: si radius solis prius terminetur ad aliquod opacum vbi reflectitur et in tali reflexione deriuatur ad oculum non est necesse q si videam illum radium q simul vel prius videam solem. Sic quia beati vident ydeas vt in mente diuina vident eas directo aspectu: q deriuantur a deo aspectu directo: et sic etiam deus videtur. Sed quando deus ostendit nobis tantum ydeas non vt in ipso relucentes deriuantur ad intellectum quasi obliquato aspectu: et hoc est qd dicit Henri. ¶ Ibi. Ponitur autem qualiter habet triplicem rationem respectu actus videndi. scilicet lucis agentis et speciei immutantis et characterizantis sine exemplaris configurantis &c. ¶ Sicut dicimus q sol mediante luce agit: q visibilia in potentia remota facit visibilia in potentia propinqua. Species vero immutat: q facit colores causare suas similitudines in medio et in organo: et etiam in diaphano producit lumen qd est species lucis. vt patet a doc. in .2. di. 13. Tertio ibi assimilat alia. adest simul lucentia et luminosa facit per qd sunt aliqualiter similes soli. Sic deus qui est lux increata agit intellectum per ostensionem ydearum: et immutat per immissionem actuum: et configurat per relucentiam ydolorum de ipsis obiectis. ¶ Ibi. Ultimo additur q perfecta notitia veritatis est quando due species exemplaris concurrunt in mente. vna inherens scilicet causata. alia el ipsa scilicet increata in mente lucendo: causata est species intelligibilis impressa intellectui possibili a rebus sensibilibus. Et sic patet positio Henri.

<table><tr><td>

Primo iste rationes

</td><td>videntur concludere impossibilitatem certe cognitionis naturalis.</td><td>Contra positionem Henrici de sincera veritatis arguit doc.</td></tr></table>

Si enim requiritur qd dicit Henri. ad certam notitiam alicuius obiecti. sc; immutabilitas eiusdem: sequitur statim q de nullo obiecto possit esse aliqua certitudo: q omne tale sc; ipsum continue mutatur. Nec valet dicere q vt comparatur ad lumen supernaturale q potest de ipso haberi certitudo: q si obiectum continue mutatur vt comparatum ad quodcunq; lumen patet q semper mutatur: Si enim homo continue mutatur in quocunq; lumine videatur semper videbitur inquantum continue mutatur. Et vltra qd dicit Henri. q res sensibilis continue mutatur. Hoc est manifeste falsum. Nam hec fuit opinio Heracliti quarto methaphisice. t. c. 22. qui volebat q omnis res sensibilis primo quocunq; instanti semper haberet aliud et aliud esse: vt infra declarabo. ¶ Ibi. Similiter si propter mutabilitatem exemplaris. ¶ Hic Doc. arguit contra secundam rationem Hen. que fuit talis. Anima de se est mutabilis et passiua erroris: ergo ne erret in cognitione alicuius: oportet q rectificetur per aliquid immutabilius ipsa anima: patet consequentia. Si enim mutabilitas est ratio qua non habet certitudo de sensibili: ad hoc ergo vt certificetur de aliquo sensibili oportet vt certificetur per aliquid immutabilius meo: sed exemplar creatum videlicet species intelligibilis causata a sensibilibus est mutabilius ipsa anima: ergo per tale exemplar vt res sensibilis comparatur ad illud non potest certificari de tali re sensibili. Contra hanc rationem arguit Doc. et deducit ad duo inconuenientia quorum primum est: q si anima non potest habere certitudinem de aliquo obiecto per aliquod mutabile: ergo nec per actum intelligendi quodcunq; obiectum in quocunq; lumine non potest habere certitudinem de aliquo obiecto. patet q actus intelligendi est mutabilis immo tantum esse habet in continuo fieri vt infra patebit dist. presenti questione vltima in responsione ad vltimum argumentum. et in quol. prolixe. q. 13. Siue ergo res sensibilis comparetur ad exemplar creatum siue ad exemplar increatum: in quocunq; lumine per nullum actum intelligendi tale sensibile poterit anima certificari de tali sensibili qd est contra ipsum. Secundum inconueniens est. q et ipse actus intelligendi nunq; in se erit verus nec aliquam certitudinem

continebit

1. conclusio Henri.
2. conclusio.

ingt q̄ñ hoc possit sua nālī virtute. Hoc expsse est he reticū ⁊ reprobatū de ɔsē.d.4.ca.vlti. Et ibi soluitur qd̄ opponit̄ de libertate arbitrij: ⁊ ē ɔ doctrinā Apl̄i ad Ro.6. Gr̄a dī vita eterna·i·beatitudo pfecta·Ra tio rō est: q2 illud qd̄ est ꝓpriū superioris nature nō pōt nā inferior assequi nisi p rōnem superioris nature cuius illud est ꝓpriū·Sicut nec aq̄ pōt fieri calida ni si p actionē ignis·Videre āt deū p essentiā in quo p fecta beatitudo ɔsistit soli deo est ꝓpriū·Nulli igit̄ nā intellectualis pōt deū p eēntiā videre nisi deo hoc faciēte pp qd̄ dn̄s·Jo·14·Qui diligit me diliget a pa tre meo: ⁊ ego diligā eū ⁊ manifestabo ei meipsū. hec glo·Ex his ꝙ appet qm̄ Sco·nedū sit sustētabilis ꝭ vere ē mutabilis. cuius doctrina ēta singularis q2 i multis adhuc extat reprobata: nec qdē vere reprobari pōt·¶ Et non tñ ipse fuit huius opinionis: ꝭ et mul ti alij presertim Durādus q fuit ordinis pdicatoꝝ. h asserit: ⁊ ꝓbat multis rōnibus. quarū prima talis ē·¶ Lumē glie ponit̄ pp excellentiā obiecti sup intelletū creatū: ergo frustra. ꝓbat̄ ɔña: q2 obiectū in infinitū excedit nō solū intellm̄ creatū fm se: sed et cū tali lumine: ⁊ ɔsequēter lumē tale non reddit intellm̄ de improportionato ꝓportionatū·¶ Scdo q2 quicquid sit·Frater Tho·in·4·d·49·t3 q2 visio dei pōt cōuenire hominum solis dispositionibus vi: ergo nō exigitur lumen glorie qd̄ est ꝓpria dispositio patrie·hec in summa Durandus·Iste tñ expositor nititur soluere has rōnes quā solutionē nō recito: q2 eam nō repu to verā ⁊c·

Ad argumenta

principalia·Hic doc· respondet ad rationes principales factas in principio·q·quibus probat q2 deus sit adequatum obiectum intellectus nostri ⁊ p consequens non est ens inquātum ens·¶ Prima ratio est·ibi·Arguitur q2 sic·¶ Et argumentū stat in hoc·Illud est primum obiectum potentie qd̄ est causa cognoscēdi omnia per se perceptibilia a tali po tentia: sed deus est huiusmodi: patet q2 est perfectissi mum ens ⁊ perfectissimum cognoscibile: ⁊ per conse quens est causa cognoscēdi omnia alia: q2 scd̄o me thaphisice·t·c·4·Primū in vno quoq2 genere est cā essendi alijs in eodem genere·¶ Respondet doc·ibi·Dico ad primū q2 non semper ꝓpositionū·¶ Hic doc·primo respondet ad ꝓpositionem Aristo·q2 non semper primum in aliquo genere est causa imperfe ctorum: patet q2 in genere animalis primum animal est homo: ⁊ tamen non est causa aliorum animaliū· Nō potest ergo intelligi de causa effectiua sed forte ac cipit causam pro ratione mensurādi perfectionaliter: ⁊ sic primum in genere animalium est mensura omni um perfectoꝝ·Hec similiter sequitur·a·est primū vi sibile in genere visibilium: ergo est causa visibilitatis omnibus visibilibus: patet hoc esse falsum: sic in ꝓ posito non sequitur·deus est perfectissimū intelligibi le in genere intelligibilium ergo est causa cognoscen di omnia alia intelligibilia: non enim sequitur forma li consequentia: vt patuit supra de perfectissimo visi bili etsi dic sequatur materiali consequentia·Deus ē perfectissimum intelligibile ergo est causa cognoscen di omnia alia·Hoc tenet in deo qui est causa omnium ⁊ virtualiter continet omnia intelligibilia·Sic etiam intelligendo non sequitur q2 deus sit adequatum ob iectum intellectus nostri: q2 etsi sit causa cognoscendi omnia alia non tamen adequate ⁊ precise: q2 alia ob iecta possunt mouere intellectum nostrum: vt supra expositū·¶ Secundo principaliter arguitur·Illud est primum obiectum quo cognito alia cognoscuntur ⁊ non econtra: sed cognito deo omnia alia cognosci pos sunt: ⁊ non eꝯ·probatur minor: sicut omnia alia depē dēt a deo in essendo participando ipsum: ita depēdēt i cognoscendo: q2 vnūquodq2 sicut se habet ad essentia ad cognitionem ex 2o metha·¶ Ad hoc respōdet doc tor·Ad secundam rationem dico·Ut hec ratio intelli gatur facto argumentum in forma·Nullum ens par ticipatum cognoscitur nisi vt est ab ente imparticipa to: sed omne ens creatum est ens participatū: ergo nul lum ens creatum pōt cognosci nisi vt est ab ente impar ticipato·Minor pōt habere duplicem sensum·Pri mus est·nullū ens participatum pōt cognosci nisi sit ens ab ente imparticipato·Secūdus vero est·nullum ens participatum pōt cognosci nisi per rationē entis imparticipati vt prius cogniti·Si ergo maior accipia tur in primo sensu ⁊ minor in secundo sensu: patet q2 argumentū est in quatuor terminis·¶ Ibi·Et ratio realis istius defectus·¶ Sensus huius littere est: q2 ⁊ si aliquid precise dependeat ab aliquo ⁊ quantū ad entitatem: ⁊ quantū ad cognoscibilitatem (q2 cogno scibilitas sequitur entitatem) non tñ sequitur q2 depē deat in cognosci·i·q2 cognitio entis sic depēdentis sit precise ab illo a quo dependet: potest n. esse ab intel lectu ⁊ a re dependente·Exemplum·Filius dependet a patre in essendo q2 hʒ suum esse a p̄re: ⁊ depēdet q2 tum ad cognoscibilitatē: q2 cognoscibilitas sequitur de necessitate entitatē: ⁊ tñ nō sequitur q2 illius tñ cogno scat̄ p rōnem p̄ris: q2 p̄re mortuo p̄sente cognosci pō sic est i ꝓposito·¶ Ibi·Ad illud·8·de tri·dico q2 lo quitur ibi de notitia boni in cōi·Et q2 hic doc·ita cla re exponit hanc rōnem ideo pretermitto illam·Et sic finis huius questionis·

¶ Super·q·4·di·tertie primi·

In ista querit

Doc·verum aliqua veri tas certa ⁊ sincera possit naturaliter cognosci ab intellectu viatoris absq2 lu ce increate speciali illustratione·

In ista questiōe est

opinio vna talis que expresse tenet q2 nulla veritas sincera possit haberi via naturali ⁊c·Et declaro intentionē ip sius exponendo litteram·¶ Ibi·Qm̄ ter intentiones generales est per se or do naturalis ⁊c·¶ Et accipit hic intentionem pro cō ceptu passiuo siue pro conceptibili: ⁊ sic duplex est conceptus generalis·s·conceptus entis ⁊ conceptus veri ⁊ conceptus entis est prior ɔceptu veri: q2 prima rerum creatarum est esse: qd̄ esse accipit pro ɔceptu entis: ⁊ ordo naturalis inter hos conceptus est ordo prioris ⁊ posterioris: itaq2 vnus conceptus naturali ter est prior alio: vt patet de conceptu entis respectu aliorum·Et q2 conceptus entis sit prior conceptu ve ritatis probat etiam ratione·Ille conceptus est prior qui potest haberi sine alio ⁊ non econtra: sed conce ptus entis cum sit entitas absoluta: potest haberi si ne conceptu veritatis cum illa dicat respectum ad ip sam: ergo conceptus entis est prior conceptu verita tis·¶ Ibi·Hec etiam conclusio probatur scilicet q2 conceptus entis sit prior conceptu veritatis: patet quia conceptus veritatis siue veritas non concipi tur nisi intelligentia componente vel intelligente: ⁊ talis compositio presupponit intelligentiam sim plicem extremorum·Nam veritas dicit respectum

Hec ꝓpō· Primū in aliquo gn̄e ē cā īpfecto rū: quo ha beat verita tē: ⁊ quo n̄·

Hen·i su·ar·1·q·2·

Li·de cāis ꝓpō·4·

sentialitate: et est talis entitatis vt sit effectiuus saltez partialis sue cognitionis intuitiue: tunc intellectus et talie obiectum sunt sufficiens causa respectu cognitionis intuitiue etiam circunscripto quocunqz alio. Silr est dicendum q si intellectus creatus haberet vecu prite in spe intelligibili deitatis ille intellectus cum tali spe esset sufficiens elic tamen cognitionis abstractiue deitatis nullo alio concurrente: vt satis pz a Doc. iii. d. iii. q. ix. Ita videtur dicendum de cognitione intuitiua deitatis: q quando deitas est in se presens propria essentia intellectui creato: q intellectus ille vna cum essentia prite: vel vna cum volutate diuina psecte supplente vicem essentie pot nullo alio concurrente cam psecta visio deitatis. Scdo pmitto q intellectus creatus sicut et quilibet alius hz tale coe pro obiecto q possit in quodlibet contentum sub tali coi: posita tn pfortia illius contenti: hoc pz discurrendo p obiecta cuiuscunqz potentie. Et si potentia non pot in tale obiectum et in talis potentie. tunc tale obiectum non p se continet sub adequato obiecto illius potentie. Et vltra si ex se no hz aliqlez actionem cum ea cognitionem illius obiecti nunqz p qcunqz posterius sibi potens intelligere: q q simplr absolute repugnat alicui priori nunqz per posterius poterit fieri non repugnans. Si ergo visio deitatis simpliciter repugnat intellectui creato non fiet non repugnans p habitum posteriorem. ¶ Item habitus presupponit potentiam simpliciter posse. patet quia habitus vel tantum inclinat ad actum: vel si ponitur causa actus tantum ponitur partialis et minus principalis. vt pz infra distin. xvij. Immo si habitus esset tota causa actus tunc talis habitus esset simpli potentia: quia illud est potentia quo quis simpliciter potest agere. vt supra patuit distin. iij. q. 4. et infra pz distin. xvij. et in. 4. distin. q. 2. distin. xlix. et sic lumen glie diceretur simpliciter potentia qd non conceditur. Nunquam ponitur habitus vt per ipsuz habeatur substantia actus: sed si ponitur io ponitur vt per ipsum habeatur psectior actus. vt pz ifra a Doc. d. xvij. Potentia ergo pt absolute in actum: lz no in actum ita psectum sicut posset habituata. vt infra patet distin. xvij. et in. 4. [...] lumen requiritur absolute, pter dei visionem. quia aliter nullo mo posset deus videri quantum cunqz pns in ratione obiecti visibilis: sed magis requiritur ad hoc vt habeatur perfectior et intensior visio. sicut etiam charitas ponitur in volutate no sit simpliciter ratio actus qui si voluntas no possit frui deo sine charitate: qz probatum est supra q de potentia dei absoluta posset frui deo sine charitate. vt patuit d. j. q. iij. Si ergo ponitur ideo ponitur in pria vt p ipsaz habeatur psectior fruitio. vt pz a Doc. in pluribus locis. hoc ergo mo no negaret in intellectu lumen glie vt p illud habeat psectior visio deitatis. ¶ Ex his pz q rnsio istius no soluit rone Doc. et q tale lumen no requirit absolute i intellectu creato vt p ipsuz habeat visio deitatis in quocunqz gradu: sed si ponit io ponit vt habeat visio deitatis in gradu psectiori. ¶ Rnsio ad secundum argumentum no soluit rone Doc. nec intelligit io Do. Arguit n. Do. a fortiori. qz posito q tale lumen requirat vt hitus supnalis: si tn intellectus p illus intelligit sine vidz vnitr vid: qz talis visio erit nalis et n hitu cansita. Tunc sic. si habitus glorie qui in se est imperfectior intellectu potest naturaliter habere actum visionis sine quo in: qz alio supernaturali sibi inherente multo fortius intellectus creatus stante presentia obiecti poterit habere actum visionis diuine (ad quam naturaliter ordinatur) sine quocunqz habitu infuso. et arguitur Doc. debet intelligi. Se

quentia que dicit in illa responsione non sunt ad propositum et procedunt ex malo intellectu illius argumenti. ¶ Ad rnsionem ad tertium argumentum dico q nulla est ibi fallacia vt patet intuenti rationem Sco. Et certum est q deus imediate potest producere omnem effectum cause secunde vt omnes concedunt theo. Et qd dicit de visione q non est res absoluta. Dico q est qualitas vere absoluta vt infra patebit distin. presenti. q. vltima in responsione ad vltimum argumentum principale: et clarius extat probatum Doc. iii. q. xiij. quolib. et aliqualiter in. 4. d. x. nec oz hic adducere rationes: et sic non mutat quid est i ad aliquid. Et q addit de illo simili q non sequitur. Deus producit actum meritorium mediante charitate et volutate petri: ergo imediate pot pducere. ¶ Dico primo q actus meritorius vltra substantiam et intensionem actus includit respectum rationis (quod est acceptari vt dignuz tali premio) vt docet Doc. infra distin. xvij. et sic actus meritorius vt meritorius dicit formaliter respectum rationis. visio autem vt visio est qualitas absoluta. posset ergo deus imediate producere substantiaz et intensionem actus meritorij. ¶ Dico secundo q etiam deus sine charitate et sine volutate petri posset producere actum meritorium: quo ad substantiam et intensionem et acceptionem passiuam: nec aliqua apparet contradictio et patebit ex multis dictis Doc. infra dist. xvij. et alibi. Uerumtamen petrus tali actu tantum diceretur mereri passiue et non actiue: quia si imediate produceretur a deo et reciperetur in volutate petri: volutas petri tantum se haberet in potentia receptiua. ¶ Responsio quarta patet, q nihil concludit ex dictis supra 3 primam responsionem. ¶ Ad illud de dementia etc. Dico primo q non loquitur de lumine creato vt patet in textu illo vbi sic dicitur. Quinto q quelibet intellectualis natura in seipsa naturaliter est beata: quodqz anima non indiget lumine glorie ipsam eleuante ad deum videndum et eo beate fruendum: hec ibi. Uult n. ibi dementina illa q intellectus creatus non possit ex suis puris naturalibus beatificari in deitate: quia nullus vt sibi relictus in suis naturalibus posset deum videre: immo nec abstractiue cognoscere sub ratione propria deitatis. vt supra patuit in prologo. et in secundo distin. 3. de intellectu angelico. et subtiliter in quolibe. q. xiiij. requiritur n. presentia obiecti. et ideo si deus volunta. nec non faceret se presentem intellectui creato esset simpliciter impossibile ipsum videre. est ergo supernaturalis talis visio: quia hoc tantuz est in potestate dei facere se videri. Lumen ergo glorie potest esse ipsa deitas que dicitur lux increata et lumen glorie: quia eius cunqz intellectus beato vt glorificetur in illa. ¶ Dico secundo q aliud est loqui de facto et aliud de possibili. posito n. q de facto et de potentia dei ordinata nullus intellectus creatus videat vel possit videre sine tali lumine creato. loquendo tamen de possibili et de potencia dei absoluta non dicit illa clementina q sit simpliciter impossibile intellectum creato videre essentiam diuinam sine tali lumine. Posset absolute si vellet ostendere se intellectui creato sine tali lumine infuso. et hoc modo loquitur Sco. q non requiritur tale lumen de necessitate nature: quasi sit impossibile simpliciter vt deus videatur sine tali lumine. ¶ Dico tertio q non accipitur ibi lumen tale creatuz quo mediante possit deus videri: sed vult q talis visio sit ex gratia dei: non ex puris naturalibus. vt exponit glo. ibi que sic dicit ad litteram. Non intelliget inquit

De lumine glie contra Tho. Gan. et oes thomistas.

Cursus quattuor mathematicarum artiũ liberaliũ quas recollegit atq; correxit magister Petrus Ciruelus Darocensis theologus simul & philosophus.



Chaure,

Petrus Ciruelus Darocensis phi
losophus pariter & theologus: Rectori & scholasticis oībus al
me vniuersitatis cōplutensis: que studio sapientiæ dicata est:
salutē & liberalibus doctrinis vigilanter intendere.



Agnus ille Aurelius augu=
stinus & christianorum philosophorum vehementissi
mus: dignissime Rector disertissimi præceptores ac vi
gilantissimi scholarū circuitores: in eo suo opere quod
de institutione nouitiorum theologorum doctrinā chri
stianam inscripsit: enumeratis omnibus fere artibus & In.2.lib.de doc.chri.
scientus gentiliū philosophorū sub tippo auri argēti ac
præciosæ vestis & omnino thesauri egiptiorum: eas po
stea diuisione bimēbri sic comprehendere curauit. Duo
inquit sunt genera doctrinarum quæ in gentibus etiam moribus exercentur. vnum re
rum earum quas instituerunt homines: alterum earum quas animaduerterunt iā per Suplices sciētie.
actas aut diuinitus institutas. ac si dixisset quædā sunt scientiæ de signis: aliæ de reb9.
Signa homines instituerunt: res deus creauit. primas earū prosequens subdit. Illud
quod est secundū institutiones hominū: partim supersticiosum est: partim nō supersti Sciētie de signis.
ciosum. Et vanitates supersticiosas latissime persequēs dicit eas eē inuentiones diabo
licas in quibus sunt pacta quædam hominū cū demonijs. Non supersticiosa vero ho=
minū instituta vocat pacta hominū cū hominibus inita. quæ ideo valent inter eos: q
sic placuit eis vt valerēt. Quorū insuper parti superflua & luxuriosa dicit: parti vtilia
& necessaria. Superflua sunt inquit q̄ saltādo faciunt histriones: & q̄ in theatris fiunt
in cōspectu totius populi comediæ: tragediæ: eglogæ: fabulæ. Cōmoda siue vtilia ac ne
cessaria hominū instituta ea signa sunt: quæcunq; in habitu & cultu corporis ad sexus
vel honores discernendos placuerūt: & q̄ in pōderibus atq; mensuris & nūmorū ipres
sionibus & alia id genus (sine quib9 humana societas aut nō oīno aut minus cōmode
geritur) instituerūt hoies. maxime litteraria disciplina linguarūq; peritia quātū satis
est. Ad scientias de rebus veniens ait: illa vero quæ nō instituēdo: sed aut transacta tē= Sciē de reb9
poribus aut diuinitus instituta inuestigādo prodiderūt hoies: disseramus. quorū alia
sunt ad sensus corporis: alia vero ad rationē animi pertinētia. per hoc duplices rerum
scientias denotās. i. de rebus sensibilib9 & de imaginabilibus aut intelligibilibus. Sed
illa inquit q̄ sensu corporis attingūtur: vel narrata credimus vel demōstrata sentimus
vel experta conijcimus. Ad primū pertinet historia: ad secūdū cosmographia: ad ter
tiū naturalis scientia moralis prudētia & ars factiua vt agricultura & militaris. Restāt
ergo ea q̄ nō ad corporis sensus sed ad rationē animi pertinēt: vt disciplina disputatio
nis & ratio numeri: harū altera est sermocinalis dialectica & rethorica: altera mathe=
matica: siue numeri per seipsos cōsiderētur: siue ad figurarū: aut sonorū: aliarūve mo
tionū leges adhibeātur: quia vbiq; incōmutabiles regulas habēt. Quibus sic diuisis
tandē septē artes liberales & vtrāq; philosophiam theologorum studio cōmendans
(in qua facultate hæc nostra achademia cæteris hispanis iure prefertur) concludit ad
hæc verba in fine secundi libri eiusdem operis. Quamobrem inquit videtur mihi stu q̄ sciētie sīt
diosis & ingeniosis adolescentibus salubriter præcipi: vt nullas doctrinas quæ preter theologis
ecclesiam christi exercentur: secure sequi audeant: sed eas sobrie diligenterq; disiudi= discende.
cent. Et si quas inuenerint ab hominibus institutas varias propter diuersam volun=

tatem instituentium: & ignotas propter suspitiones errantiũ: maxime si etiam habe-
ant cũ demonibus initam societatẽ. repudient penitus & detestentur. Alienent etiam
studium a superfluis & luxoriosis hominũ institutis. Illa uero instituta hominũ quæ
ad societatẽ conuiuentium ualent: pro ipsa huius vitæ necessitate non nec intelligãt.
In cæteris aũt doctrinis quæ apud gentes inueniuntur: præter historiã rerũ vel præte-
riti temporis vel præsentis ad sensus corporis pertinentiũ: quibus etiã vtiliũ artiũ cor-
poralium experimenta & coniecturæ annumerãtur: & præter rationẽ disputationis &
numeri: nihil vtile esse arbitror. In quibus tñ omnibus hoc tenendum est ne quid ni-
mis: & maxime in his quæ ad corporis sensus pertinentia voluũtur temporibus & cõ-
tinentur locis. Sed quorsum tã multa ex verbis diuini augustini? Nẽpe vt ex illis duo
eliceremus ad propositũ nostrũ valde necessaria documenta. Primũ vt sciremus quas
scientiarum species fidelibus scholasticis liceret adiscere: quasve sicut illicitas & no-
cuas declinare: Alterũ est nosse quẽ modũ in licitis & honestis disciplinis deberent ob-
seruare: quia enĩ gentiles philosophi vt plurimũ in suis editionibꝰ fuerũt valde proli-
xi & obscuri: in quorum libris perlegendis magnam fideles paterentur boni tempo-
ris iacturam: censuit præeligendas esse in singulis disciplinis extraneis breues quas-
dam sũmas: quæ magis necessaria doctrinarum compendiosa methodo complecterẽ-
tur. vnde consequenter subdit. Sicut autem quidam de verbis omnibus & nominibꝰ
hebræis: siris: & ægiptiis: vel si qua alia lingua in scripturis sanctis iueniri potest: quæ
in eis sine interpretatione sunt posita: fecerunt vt ea separatim interpretarentur: &
quod Eusebius fecit de temporuꝫ historia propter diuinorum librorum quæstiones:
q̃ vsuꝫ eius efflagitant: qđ ergo hi fecerũt de his rebus: vt nõ sit necesse christiano phi-
losopho in multis propter pauca laborare: sic video posse fieri in aliis: si quem eorum
qui ad hoc valent benignam sane operam fraternæ vtilitati delectet impendere: vt
quoscũqꝫ terrarum locos quæ ve animalia vel herbas atqꝫ arbores siue lapides vel me-
talla incognita speciesqꝫ quaslibet quas scriptura cõmemorat: ea generatim diggerẽs
sola exposita litteris mandet: potest etiam & de numeris fieri vt eorum exposita ratio
conscribatur quos diuina scriptura meminit. Quod vtrum de ratione disputandi fie-
ri possit. ignoro: & uidetur mihi nõ oportere: per totum enĩ textũ scripturarum colli-
gata est neruorum vice: ideo magis ad ambigua soluenda et explicanda legentes ad-
iuuant: quam ad incognita scripturarum signa cognoscenda: quorum aliqua aut for-
te omnia iam facta sunt: sicut multa quæ a bonis doctisqꝫ christianis elaborata atqꝫ cõ-
scripta non arbitrabamur inuenimus: sed siue propter turbas negligentium siue pro-
pter inuidiorum occultationes latent. hæc ille. Optimum certe laboris releuamen ac
saluberrimum consilium in hoc datum est theologis: si fideles christi in talibus genti-
lium doctrinis docti: breues ex singulis earum summas excerpserint: in quibus super-
fluis omnibus amputatis reiectisqꝫ: purissimi scientiarum fructus auidissime a seruis
dei captantur. Hoc itaqꝫ munus gratiæ hac nostra ætate cum in aliis christianorum
vniuersitatibus: tum vel maxime in præclarissima hac complutensi achademia: du-
ce viro vtiqꝫ religiosissimo pariter & sapientissimo domino eius fundatore: nobis est
diuinitus concessum: quando iam non modo latinorum vocabulorum quantumcun-
qꝫ abditissimorum annotationes: sed etiam hebraicorum & græcorum omnium in-
terpretationes latine in propatulo sunt omnibus vel mediocriter in litteris eruditis: i-
mo & multiplices singularum scientiarum introductiones nouitiis earum tirunculis
passim & indies traduntur: quæ acquirendis scientiis cognoscuntur vtilissime. Nam
eis tenera puerorum ingenia quasi lacteo quodam prælibamento ad solidiorem ea-

Breues sũme in scientiis sunt edende.

Laudãtur introductiões pluribꝰ eiꝰ ingitibus.

rum cibum disponuntur: eorumq; mens quasi facili quodam præmisso viatico ad nitidiores auctoru3 disciplinas præparatur. Nam introductoriæ artes simillime semitis esse peribentur: quæ sine viarum erroribus ocissime perducunt ad terminum: & quasi naviculæ paratissime altum tentantibus equor: quibus sine scopulis cecæ ignorantiæ securus attingintur scientiarum portus. Nempe in eis plurimum artis & doctrinæ cum multa facilitate brevitateq; continetur. quando quidem diffinitiones divisiones & regulæ: quibus potissimum introductiones texuntur: se statim intellectui manifestas offerunt. Et animus hominis ab ignorantiæ morbo: eq; atq; corpus a febre primum facillimis sirupis digerētibus: deinde rigorosiore farmaco purgari habet: Et anima rationalis adeo creata velut tabula mundissima primum rudi effigie linearum est figuranda: postea vero coloribus appositis est in dei imaginem pingenda ac poliēda. Sic in tradendis disciplinis: audientium animos prius rudi minerva novimus esse præparandos, demum vero exactiore doctrina diligenter excolendos. Ego itaq; omnium hic recte philosophantium infimus cogitavi vt vel modulo meo tam præclare vniversitati quoquo modo deservirem: si in doctrinas mathematicas (quas omnes rationes numerorum vocavit beatus Augustinus & theologis necessarias prædicavit) breves introductiones: tum ab aliis tum & a me editas in vnum corpus recolligerem emendatissimas, quinq; videlicet numero: paraphrases duas de quantitate discreta in opera divi Severini Boetii: quarum altera in arithmeticam: alteram in musicam eius introducit. Brevia quoq; duo compendia de quantitate continua quasi prægustamenta duarum aliarum scientiarum. Alterum geometriæ Euclidis. & alterum perspectivæ Alacen. quinta quoq; erit introductio astrologica: quam in sphericum opusculum olim condideram correspondentem almagesto Claudii ptholomei clarissimi: et Almanach perpetuum Zacuti Salmāticensis cū nr̄o iudiciario quadripartito ac cētilegio. Accipite ergo læto animo hanc tantæ vtilitatis editionem: quæ ad vtriusq; philosophiæ plenam intelligentiam erit munimentum q̄ iucundissimum.

Valete fœliciter.

Petri Cirueli Darocēsis preuia in ari-
thmeticam quæstiuncula de vera numerorum natura.

Proclara intelligentia omni-
um eorum quæ in arihmetica dicturi sumus: hæc in pri-
mis elucidēda est quæstio. Quæ nā res sint numeri de qui
bus hæc nostra arithmetica disputat: hoc est vtruʒ sint res
in anima numerātis: aut res extra hominē existentes q̃s
quidam vocant numeros formales: alii numerata materi
alia? Ad hoc dubiū sine argumentis (quoniam alias lati⁹
Reales. videri habet) dicimus tres esse opiniones de numeris ari
thmeticis. Prima est opinio realium distinguentiū inter
vnum quod est transcendens: & vnum quod est principium numeri: per hoc ꝙ vnuʒ
transcendens nihil aliud significat q̃ꝫ rei essentiam per quā vnaquæq̃ꝫ res seipsa ē vna
vt aiunt metaphisice loquendo. vnde & opposita multitudo aut numerositas non
differt ab essentiis rerum a seipsis diuisarū. Sed vnum quod est principiū numeri & li
mitatum: pertinens ad prædicamentū quantitatis licet reductiue: significat aliquod
accidens superadditū essentiæ rei quæ est vna: & formaliter denominatur talis ab il-
lo accidente. quia vt aiunt quantitas est vnū de prædicamentis accidentium. ergo ip-
sius generalissimū & quelibet species eius directa vel reductiua debet significare ali-
quod accidens superadditum essentiæ rei quam significat: & p consequens opposita
Thomiste multitudo aut numerus est accidens a quo formaliter res numerare denominātur. Sʒ
inter istos sic oppinantes est aliquantula diuersitas. Nam eorū aliqui dicunt ꝙ nume-
rus prædicamentalis est aggregatio vel collectio talium accidentiū quæ sunt vnitates:
Scotiste eo modo quo dicimus de aceruo lapidum vel de exercitu qui non est aliqua vna res sʒ
aggregatio plurium. Alii vero dicunt ꝙ quilibet numerus est vna simplex forma re-
sultans ex aggregatione talium vnitatū. quia videtur eis ꝙ omnis species cuiuslibet
prædicamenti debet esse vna simplex essentia: Ergo secundū istaʒ opinionem totā cū
numeramus diuinas personas vel attributa essentialia aut personalia: vtimur nume-
ris transcendentalibus nō predicamentalibus: quia in deo nullum est accidens. sed cū
numeramus creaturas vtrisq̃ꝫ numeris vti possumus. licet in angelis hoc non conce-
dant aliqui eorum putantes ꝙ istæ vnitates numerales sint accidentia corporalia cau
sata ex diuisione continui. Et cum arithmetica sit scientia particularis: non vniuersalis
vt metaphisica quæ est de transcendentibus: consequenter dicunt ꝙ ipsa non specu-
latur de omnibus numeris: sed de solis prædicamentalibus qui sunt accidentia. vnde
Nominales propterea dicta est scientia de quantitate discreta. & sic non se intromittit de nume-
ris angelorum neq̃ꝫ de numeris rerum diuinarum. Alia est opinio nominalium præ
dicte totaliter opposita quæ negat illam distinctionem de vnitate aut multitudine trā
scendente & delimitata. Imo dicit ꝙ omnis vnitas est rei essentia & ꝙ omnis multitu
do est plures essentiæ rerum: & ꝙ vnitas & vnū sunt vocabula sinonima. similiter mul
titudo & multa: quia vt aiunt numerus nihil aliud est q̃ꝫ res numeratæ. & vice versa q̃-
libet res numeratæ sunt numerus. Verūtamen concedit ista opinio ꝙ aliquis numer⁹
est substantia vel substantiæ. & aliquis alius est accidens vel accidētia. Nā rerū q̃ nume
rantur heæ substantiæ sunt: illa vero accidentia. Similiter dicūt ꝙ aliquæ vnitates sūt
substantiæ: & aliæ sunt accidentia. Concedit ergo ista opinio ꝙ eisdem numerorū spe
ciebus utimur cum numeramus res diuinas & res angelicas & reliquas omnes creatu

ras. vnde & arithmeticã de omnibus numeris vniuersaliter sciẽtiam esse determinãt.
Tertia est opinio mediocris quorũdã recentiorum qui licet in vocabulis concedant di- Neoterici.
stinctionẽ inter vnum trascendens & limitatũ: quia hoc vniuocum est: illud vero equi
uocum: tñ in rebus significatis per illa vocabula tenent oĩno cũ secunda opinione: nõ
distinguentes numeros ab essentiis reruȝ numeratarũ. sed hæc tertia cũ neutra prædi
ctarum opinionũ cõcedit arithmeticã esse scientiã de rebus numeratis siue illæ substã
tiæ sint siue accidentia. Naȝ vt aiunt numeri de quibus pertractat arithmetica: sunt in
anima hominis numerantis res quædã diuinæ & spirituales abstractæ a tẽpore & mo
tu atq; omni phisica qualitate & transmutatione corporali. Verũtamen ista opinio bi- Jacobus faber
partita est: & quibusdã eorũ dicentibus q numeri illi mentales sunt quædã notitiæ vel
conceptus rerũ collectiui quibus intellect⁹ plures res simul cõcipit vna notitia: & q ta-
les conceptus sunt veræ species prædicamenti quãtitatis eo modo quo philosophi cõ-
muniter dicunt de notitia qua quis concipit exercitũ aut populũ vel aceruũ lapidum:
alii tñ sapientiores reputati apud cõmune vulgus dixerunt q numeri mentales nõ sũt
noticiæ aut conceptus prædicti: sed quædã aliæ res diuiniores in anima existentes. qđ Johannes picus.
sic explicant. dicentes q veri numeri quibus anima res exteriores numerat: sunt men
suræ quædam discretiuæ rerũ exterius numeratarũ: mensuræ dico eterogeneæ a qui-
bus res appellantur extrinseca denominatione numeratæ. Vnde sicut vlna est mensu
ra panni cõtinui qua homo mensurat pannũ applicando eam panno: in qua mensura
tione homo ipẽ dicitur mensurans principaliter: vlna vero instrumentaliter: quia hõ
non est mensura sed vlna: ita etiã numerus quilibet formalis in anima est mensura nu
merans extrinsece res quibus applicatur: anima vero ipsa est numerans principale:
quia applicat illaȝ mensurã rebus numeratis vtens numero tanq̃ instrumento. vnde
res exteriores denominantur numeratæ a numero animæ ipsis applicato. vt duæ res
a binario animæ: & tres a ternario. & sic de aliis: sicut pannus denominatur mensura-
tus ab vlna sibi applicata exterius ab homine mensurante. Et sicut eadẽ vlna põt pluri
bus pãnis applicari quorũ quilibet erit ab ea mensuratus: ita idẽ numerus animæ põt
diuersis rebus numerandis applicari: vt denarius decẽ hominib⁹ & decẽ equis. Et si-
cut si nõ fuerit vlna applicata panno nõ dicetur ipẽ mensuratus quãuis equã cõtineat
atq; cũ mensuratur quantitatẽ: ita si numerus animæ nõ fuerit applicatus rebus nu-
meratis non dicentur duæ neq; tres: neq; alio quoquã numero numeratæ: quãuis eã
dẽ atq; cũ numerantur habeãt multitudinẽ. Hæc itaq; nomina abstracta binarius: ter
narius: quaternarius: ipsum animæ numerũ significant: sed eorũ cõcreta denominati
ua: duo: tria: quattuor: pro rebus numeratis accipiuntur. animæ tñ numerũ cognotan
do. Addũt isti quod mirabilius est numeros ipsos virtutes quasdã naturales habere: &
proprietates inseparabiles quibus agant in res exteriores perfectius q̃ qualitates acti Virtutes numerorũ.
uæ elementorũ. Et qui tales numerorũ proprietates agnoscũt: possunt applicatione
illorũ numerorũ ad res naturales facere mirabiles effectus. quod dicunt ad magiã na-
turalem pertinere. Confirmant hanc suã opinionem auctoritate eius qui psalmos Da
uidicos non eo ordine quo editi fuerant in vnũ volumen recollegit: sed variato ordi-
ne iuxta numerorũ & psalmorũ concordantes proprietates. Itaq; ille psalmus: Beat⁹
vir qui non abiit &c. licet non fuerit primo editus a dauide: tamen est primo positus
in psalterio: quia habet proprietatem persimilẽ vnitati. Et tertius psalmus concordat
ternario numero: & quinquagesim⁹ quinquagenario: & centesimus centenario. Sed
de his imaginationib⁹ alias operosius. Nunc autem tota hæc tertia opinio dicit arith-
meticam nostrã esse de numeris illis mentalibus siue notitiis siue mensuris rerũ exi-
stentibus: quia vt aiunt contra secundã opinionem arithmetica ponens vnitatẽ ipar-
tibilem non posset esse vera in vnitate quæ est lapis vel albedo. Simile argumentum

formaretur de numeri imparis īdimidiabilitate. Et forte hæc arguměta etiā procedere putant contra primam opinionez ponentem vnitates naturales esse accidentia corporalia ad diuisionem subiecti diuisibilia. Nos vero alias hanc disputationem examinandam relinquentes: nunc dicimus siue alicuius doctoris præiudicio (quia eos omnes pro certo & veneramur & admiramur) arithmeticam nostram eque bene esse intelligibilem cuilibet prædictarum opinionum. Nam secundum vnamquamqꝫ earum vere saluari possunt arithmeticæ diffinitiones diuisiones principia & conclusiones. Siue enim vnitas sit res spiritualis siue corporalis: siue substantia siue accidens: ratione indiuisibili siue indiuisibilitatē cognotante explicatur & significatur ab arithmetico: ita vt negatio importata in ratione vnitatis non refferatur ad rem significatam: sed ad modum significandi vocabuli significantis. eodem modo diceretur de quolibet alio arithmetico principio aut principiato. Hic noster modus sicut est valde facilis & liberalissimus: sic oībus p̄dictis opinionibꝰ erit cōmunis & cōuenietissimus.

Cōcordia oīm.

Petri Ciruelli Darocensis. Paraphrasis in arithmeticam speculatiuam diui Seuerini Boetii: clariꝰ & certius edita quam olim a thoma Brauardino: Cui tale premittitur exordium.

EX omnibus scientiis antiqui sapientes septem specialiter discreuerunt in studiis suis ad opus erudiendorum: Hugo de sancto victore auctor est in suo didascalion: qui est de origine artium & scientiarum: in quibus tantam vtilitatem esse pre cæteris omnibus perspexerunt: vt quisquis harū disciplinam firmiter percepisset: ad aliarum notitiam postea inquirendo magis & exercendo quam audiendo perueniret. Sunt enim quasi optima quædam instrumenta quibꝰ via paratur animo ad plenam philosophiæ intelligentiam. Hinc triuium & quadriuium nomina acceperunt: eoqꝫ his quasi quibusdam viis animus viuax ad secreta sapientiæ introeat. Nemo etiam tunc temporis magistri nomine dignus videbatur: qui nō has septem scientias profiteri posset. Pictagoras quoqꝫ hāc in scholis suis consuetudinem seruasse legitur: vt vsqꝫ ad septennium (secundum numerum scilicet septem artium liberalium) nullus discipulorum suorum de his quæ ab ipso dicebātur rationem exposceret: sed fidem daret verbis magistri: quousqꝫ omnia audiuisset. Has itaqꝫ septem disciplinas illa ætate tanto studio quidam didicisse leguntur: vt plenæ omnes eas in memoria tenerent: adeo vt ad quascunqꝫ quæstiones sibi propositas: ex harum regulis rationes inuenientes vt diffinirent omne id de quo ambigeretur: non reuoluendo folia librorum: sed corde tenus statim haberent respōsiones paratas. Quare & nos antiquorum exempla insequentes: scholasticis nostri temporis (in quo iterum omnes bonæ doctrinæ resipiscunt atqꝫ reflorent) de hisce liberalibus disciplinis compendiosam editionem secundum mensuram gratiæ nobis diuinitus concessæ tradere voluimus. ab arithmetica exordiū facientes quā in duos libros diuidemus.

Septē artiam liberalium commendatio.

Liber primus introductionis arithmeticæ de numeris & proprietatibus numeralibus: habet duos tractatus. Primus agit de numero & speciebus eius ac proprietatibꝰ numerorum. habet capita sex.

Caput primū de mathematicis doctrinis cōmuniter.

Appositis igitur sermotionalibus disciplinis: quas tradiderunt copiosissime viri excellentes ingenio in hac nostra eruditissima et patria et ætate: nouellis philosophiæ tirũculis mathematicas doctrinas tradere volẽtes modo dumtaxat introductorio atq; in transcursu velut exploratores (vt & ipsi ad maiores nitidioresq; sapientũ facultates quasi peregrini & transeuntes necessario & facili quodã sumpto viatico properent) sola ea quæ ad p̄cognitiones demõstrationũ pertinent: declarabimus. hoc est vocabulorum diffinitiones. diuisiones ab auctoribus acceptas atq; approbatas: & singulorum generum ac specierum proprietates exemplariter solum declaratas dimissis alias demõstrationibus tradere itendimus: maxime in arithmetica & astrologia. Nam in aliis tribus mathematicis nonnullas conclusiones aliquantisper demõstrabimus. Mathematicæ itaq; disciplinæ quo pacto q̄ue ratione distinguantur a phisica & methaphisica sibi condiuisis in sexto methaphisicorum aristotelis: quo etiã modo mathematicæ aliæ ab aliis discernantur: in primis doceamus: vt earum diffinitiones proprias & speciales hinc elicere valeamus. Distinxit aristoteles tria scientiarum speculatiuarum genera: mathematicum: phisicũ: & methaphisicum: per hoc vel maxime ꝙ mathematicæ scientiæ solas eas rerum naturalium proprietates quæ ad diuisibilitatem partium attinent speculantur. Phisica vero earundem rerum naturalium motus alterationes & quascunq; transmutatiões theoricæ inquirit. Methaphisica autem transcendentibus quibusdam rationibus non modo rerum corporalium verum etiam & supernaturalium entium quiditates naturas gradusq; perfectionis absolutissime peruestigat. Hinc ergo sapientes antiqui mathematicas scientias recte diffinierũt: esse doctrinas de quantitate: quæ partium diuisibilitatem consignificat: vt aristoteles expresse docet in cathegoriis. quod eorum dictũ non sic est accipiendum ineo luditio: vt quantitas sit alicuius scientiæ subiectum atributionis (ne omnes mathematicas vnam scientiã faciamus sub vna comprehendemus) sed quia cuiuslibet scientiæ mathematicæ subiectum atributionis sub quantitate continetur vt species vel sicut pars in modo in diuisione accidentali. Sed iuxta duo genera subalterna quantitatis discretum & continuum: mathematicæ scientiæ bifariã distĩguntur. Nã de quãtitate discreta seu multitudine aut numero disputat arithmetica cũ sibi adiuncta musica: de qñtitate vero cõtinua vel magnitudine agit geometria cum sibi annexis perspectiua & astrologia. Principalium autem mathematicarum & ãnexarũ hic sumi potest differentia: ꝙ illæ rationibus abstractis a cõsignificatione motus materiæ determinatæ & qualitatũ sensibiliũ de rebꝰ totius mũdi subtilissime disputãt. hæ vero rationibus cõcretis motũ materiã & qualitates sẽsibiles denotãtibus de eisdẽ rebus naturalibus ꝑtractãt. Hãc differentiã egregie notauit aristoteles in secũdo suorũ phisicorũ libro dicẽs: ꝙ mathematicꝰ de phisica linea intendit sed nõ inquãtũ est phisica: quia scilicet nõ sub ratiõe phisica q̄ est cõcreta: sed sub ratione mathematica abstracta a talibꝰ cognotatiõibꝰ. & ĩ sexto methaphisicorũ ad idẽ ꝓpositũ dicit ꝙ differt sicut curuũ & simũ: quæ duo noĩa rem eandẽ sed diuersis ratiõibꝰ significãt. Ex hac autẽ differentia sequitur alia inter easdẽ scientias: ꝙ pricipales sũt puræ mathematicæ: accessorie vero sũt partĩ phisicæ et ꝑtim mathematicæ: q̄a rationes & vocabula pricipaliũ mathematicarũ sũt penitus abstracta nõ tñ absoluta (cũ sint de p̄dicamẽtis quãtitatis & qualitatis) rationes vero & noĩa minꝰ pricipaliũ mathematicarũ sunt concreta & super rationes principalium mathematicarum addunt phisicas cognotationes: eo modo quo logici dicũt partẽ in modo cognotare supra suũ totũ. qualia sunt: hõ & hõ albus: similiter curuũ & simũ. Ex dictis ergo possũt duo elici notatu

Mathematice scientie ab aliis distinguntur.

Mathematice scientie diffinitio

Mathematice in species distribuuntur.

dignissima. Primū est ꝙ in mathematicis scientiis ideo vna earū dicitur alti subalter
nata: quia subiectum attributionis eius cōtinetur sub alterius subiecto sicut pars ī mo
do: & consimiliter cætera vocabula illius sub aliis scientiæ superioris vocabulis: nō au
tem ex eo ꝙ scientia superior possit demonstratiue probare principia scientiæ inferi-
oris: neqꝫ e diuerso scientia inferior possit aliquid demonstrare ex principiis superio-
ris scientiæ. nam cuiuslibet scientiæ principia sunt immediata & indemonstrabilia. de
monstrato etiam fit ex propriis non ex extraneis principiis. Secundū est ꝙ omnes ter
mini principalium mathematicarum habent simplicem & vnicū modum cognotan-
di secundum rationeȝ vnius tantum prædicamēti aristotelici: termini vero mathema
ticarum subalternatarum omnes sunt mixtæ cognotationis ex rationibus duorū aut
plurium prædicamentorum. vnde nullus eorum potest ad aliquod aristotelicum præ
dicamentum pertinere: qui non posuit prædicamenta mixte cognotatōis. Sed de his
Mathematicae scientiæ specialiter diffiniuntur. Arithmetica
alias operosius. Nunc autem satis sit ex prædictis singularum mathematicarum scien
tiarum diffinitiones colligere quæ sequuntur. Arithmetica est scientia numerorum &
suarum proprietatum, consideratiua per rationes abstractas. vnde & de multitudine
per se considerata scientia vocata est a Boetio. Dicitur autem arithmetica a rithmis. i.
Geometria
a numeris de quibus considerat. Geometria est scientia magnitudinum proportio-
num & figurarum aliarumqꝫ proprietatum suarum contemplatiua. hanc de magni-
tudine immobili scientiam esse dixit idem Boetius: quia per rationes abstractas a mo
tu rerum magnitudines inquirit. Dicitur autem geometria a metris. i. mensuris rerū
Musica
de quibus considerat. Musica est scientia de vocibus & sonis eorumqꝫ armonia & con
centu ac cæteris proprietatibus speculatiua; quaȝ de multitudine ad aliud relata inscri
psit Boetius: quia rationes numerales concretas habet ad sonos & voces. Dicitur autē
musica: non vt aiunt quidam a mos quod est aqua quia. i. sine humore illo qui est sali-
ua cantus & armonia perfici non potest: sed potius a musis quæ canebant: quasi musa
Perspectiua.
rum scientia. Perspectiua est scientia lucis & coloris per radios visuales (quæ dicūtur
species visum immutantes seu ad oculū venientes) scd̄m rationes geometricas inqui
sitiua. Hæc a perspiciendo dicta: ab aliis speculatiua nominatur ab speculis de quibus
Astrologia.
pertractat. Astrologia est scientia de cœlis & stellis eorūqꝫ motibus & effectibus theo-
riam faciens. quæ & ab astris dicta: ab aliis astronomia appellatur: quia est de norma
& lege motus astrorū. Hanc de magnitudine mobili scientiam dixit boetius: quia ra-
tiones geometricas pariter & arithmeticas motibus cœlorū applicat: sicut & perspecti
ua qualitatibꝰ sensibilibꝰ oculorū. ideo illa sciētia de magnitudine sensibili dici po-
terat a boetio.

Caput secundum de arithmetica specialiter
& de numero generaliter.

DImissis autem quatuor ultimis: alias diferen
dis: ad primam mathematicarum scientiarum arithmeticā nostra hæc pre
sens se conuertat oratio. quæ ideo prima inter mathematicas scientias
ordinatur quia aliarum omnium est simplicissima & absolutissima vel ab-
Arithmeticæ scientiæ primatus
stractissima. Nam si aristoteli recte docenti in analecticorum posteriorū libro suo pri-
mo credi oporteat: certior aliis scientia & prior est illa quæ est ex pauciorибus. i. sim-
pliciorибus terminis vtens: aliæ vero se habent ad illam ex appositione. i. additione
cognotatiōis. Arithmetica aūt talis est erga alias mathematicas oēs. nā musica vtitur
terminis q̄ extrīsecā & phisicalē cognotationē addūt sup terios arithmeticos. vt tonꝰ
sup sexquioctauā ꝑportionē; & diapason sup duplā: & sic de aliis multis. similiter geo

metria terminos habet super arithmeticam cognotantes (non tamen phisice cum sit pura mathematica) vt punctus cognorat super vnitatez: triangulus super ternarium: & sic de aliis sine numero. Si ergo his rationibus arithmetica prior comprobatur geo metria: multo verius præcedet perspectiuam & astrologiam quarū termini super ge ometriam cognotationes superaddunt. Primum omnium vocabulorum in arithme tica & subiectum attributionis eius est numerus seu multitudo cuius diffinitio hæc est

Arithmetice subiectū pricipale

Numerus est plurium vnitatum collectio aut aggregatio. vel clarius est plures vnita tes collectæ & aggregatæ. vt binarius: ternarius: quaternarius &c. Vnitas vero (quæ priuatiue cognorat supra numerum sicut punctus super magnitudinem) est rei per se discretio. i. res alteri non collecta vel aggregata: aut saltem tali ratione considerata.

Qd numer⁹ Qd vnitas

Numeri duæ sunt proprietates quas Iordanus in primo suæ arithmeticæ libro statim demonstrandas proponit. Prima est. omnis numerus circum se proxime positorum atq; simul iunctorum est medietas numerorum. vt quinarius medietas est denarii ex aggregatione quaternarii & senarii resultantis. cuius proprietatis probatio clara est. quia omnis numerus inter altos duos proximos mediat quorum alterum sola vnita te superat: ab altero vero sola vnitate vincitur: ergo si excessum maioris addas mino ri resultabunt tres numeri æquales: quorum duo extremi simul iūcti dupli sunt ad me dium. vt patet in exemplo proposito de quinario. nam si vnitatem qua vincitur a se nario auferas ab eo & quaternario eandem addideris: fient tres quinarii quorum me dietas vnus quinarius erit. Et accipitur ī prædicta proprietate numerus large sicut sæ pius in arithmetica: adeo vt comprehendat vnitatem. cui etiam quodammodo hæc ꝓ prietas conuenit. nam cum ante se nullum habeat numerum: ipsa est medietas nume ri immediate sequentis scilicet binarii. Secunda proprietas numeri est. omnis nume rus duorum quorūcunq; extrinsecus iacentium sed ab eo æqualiter distantium ac si mul iunctorum itidem est medietas. cuius probatio clarissima eadem est cum præce dente. nam numerus medius quantuz minorem superat: tantum exceditur a maiore. ergo si excessum maioris minori addideris: fient tres numeri equales quorum duorū vnus erit medietas.

Numeri ꝓprietates. 2
1. ꝓprietas
2. ꝓprietas

Diuiditur autem numerus primo in duo genera subalterna de ꝓ dicamento quantitatis: quæ sunt par & impar. Est autem par numerus ille qui in duo equalia nulla relicta vnitate diuidi potest. Impar vero numerus est qui in duo equa sic diuidi minime potest. Paris numeri tres sunt proprietates quas iordanus in suo septi mo nititur demonstrare. prima est. cum numerus par in duo partitur: vtraq; pars erit eiusdem similisq; denominationis. itaq; si vna earum fuerit numerus par: aliam quo q; parem esse necesse est: & si una fuerit impar: & altera. neq; vnq̄ȝ in hac diuisione po terit commisceri imparitas paritati. vt denarius diuiditur primo in duos quinarios. & in septem & tria. & in nouem & vnum: quæ partes omnes sunt impares. Diuiditur se cundo in sex & quatuor. in duo & octo quæ partes omnes sunt pares. Secunda ꝓprie tas. si numerus par alterū parē multiplicet semꝑ nascitur inde par. vt ducto binario in quaternariū ꝓducitur octonarius. similiter ducto quaternario in senariū ꝓueniet vi gesim⁹ quart⁹: & sic de aliis. Tertia ꝓprietas. si numer⁹ par multiplicet īparē semꝑ īde ꝓuenit numerus par. vt multiplicato binario ꝑ ternariū nascitur inde senari⁹ & ducto quinario in senariū fit numerus trigenarius: & sic de aliis.

Due spēs numerorū.
Par numerus.
Impar numerus
Paris numeri ꝓprietates tres.
Prima.
2. ꝓprietas
3' ꝓprietas

Capnt. 3. de numero pariter pari & suis accidentibus.

Diuiditur autem numerus par in tres species athomas: hæ sunt pariter par: pariter impar & impariter par. Pariter par numerus est qui diuiditur in duo equalia: & iterum eius medietas

Pariter par numer⁹ quid sit.

in duo equalia partitur: sic φ eius partes omnes vsq; ad vnitatem per duo eqna diui
usionem recipiant. vnde patet ratio quare dicatur numerus pariter par. vt octonari-
us diuiditur per duos quaternarios: & illi iterum per binarios: & tandem binarii per
vnitates: & sic de omnibus aliis in quibus diuisio non cessat quousq; ad im partibiles
veniatur vnitates. Generenantur autem siue inueniuntur omnes numeri pariter pa
Pariter pa ris. ꝓprieta tes. 4. tes si ab vnitate incipiendo per duplationem continuam in infinitum procedatur. vt
vnus: duo: quattuor: octo. 16. 32. &c. Pariter paris numeri quatuor sunt proprietates
1. ꝓprietas ex septimo libro iordani demonstrandæ. Prima est. φ omnes eius partes aliquotæ
et similiter denominationes earum respectu totius sunt pariter partes. i. noie & quan
titate aliquota denominantur a pariter paribus. vt octonarii partes aliquotæ sunt. 1. 2.
4. quarum quælibet præter vnitatem est numerus pariter par. similiter & denomia-
tiones earum. nam quaternarius est medietas octonarii cuius denominatio sumitur a
binario qui est pariter par. medietas enim nihil aliud est φ secunda aut bina pars to-
tius. item binarius est quarta pars octonarii cuius denominatio fit a quaternario pa-
riter pari & sic de aliis omnibus sine exceptione. Dicitur autem in numeris pars aliquo
2. ꝓprietas ta ille numerus qui aliquotiens sumptus & replicatus efficit suum totum præcise. hu-
iusmodi partes sunt medietas tertia quarta quinta & aliæ sine fine. Secunda proprie-
tas pariter paris numeri est. φ omnis numerus pariter par est numerus diminutus.
Parisi ꝺdi tio tripler. Pro cuius declaratione supponitur vna diuisio accidentalis numeri paris quæ est non
in species: sed fit per partes in modo quæ extrinsece cognotant super diuisum. Nume
rorum enim parium alius est perfectus: alius superfluus: alius diminutus. quorū dif-
finitiones ex constitutione totius per partes aliquotas accipiendæ sunt. Dicitur enim
ꝑfect⁹ par numerus perfectus ille par quem adequant præcise eumq; constituunt suæ partes ali-
quotæ simul iunctæ vel ad seipsas additæ: talis est senarius cuius partes aliquotæ vnus
Superflu⁹ par. duo tria præcise sex constituunt. Superfluus numerus est par cuius omnes partes ali-
quotæ ipsum excedunt: maioremq; summam suo toto efficiunt. talis est duodenarius
Diminut⁹ par. cuius partes aliquotæ. 1. 2. 3. 4. 6. constituunt. 16. Numerus diminutus est par cuius
omnes partes aliquotæ non adequant summam totius: sed ab ea deficiunt: minorem
q; numerum constituunt. talis est octonarius numerus cuius omnes partes aliquotæ.
1. 2. 4. simul additæ septenarium præcise constituunt. Est ergo secunda proprietas nu
meri pariter paris φ omnes tales numeri sunt pares diminuti. veruntamen partes e-
ius aliquotæ sola vnitate a suo toto deficiunt. & hoc verum est in omni numero pari-
3. ꝓprietas ter pari vt patet inductiue. Tertia proprietas. omnis numerus pariter par ex corres-
pōdentibus sibi mutuo in eo ptib⁹ aliquotis procreatur. cuius explicatio hæc est. φ ꝓ
creatis numeris pariter paribus quotquot voluerimus per duplationem continuam
ab vnitate eaq; connumerata: tam numeri mediales φ alii æqualiter a medialibus vtri
q; distantes sese mutuo denominant respectu totius: qui est maximus talium numero
rum. vt si accipias per ordinem sex numeros pariter pares. vt hic. 1. 2. 4. 8. 16 32. inue
nies ibi duos mediales. scilicet. 4. & . 8. æqualiter distantes ab extremis connumerata
in eis vt diximus vnitate. nam ante illos medios præcedunt duo numeri: totidemq; se
quuntur post eos. ergo isti duo mediales se mutuo denominant quotæ partes sūt tri-
ginta duorum. nam quaternarius est octaua pars: octonarius vero quarta huius nume
ri. similiter. 2. & . 16. se mutuo denominant respectu eiusdē summæ. 32. cuius binari⁹ ē
decima sexta ps & decimus sextus est medietas. tandem. 1. & . 32. quæ sūt extrema præ
dictæ ordinationis sese mutuo denoīant: nā vnitas est trigesima scda ps illi⁹ numeri
& . 32. est semel. 32. Si aūt tales numeri pariter pares fuissent tm̄ quinq;: quorū. 16. fu-
isset vltimus: non inuenires in eis nisi vnum medialem. scilicet. 4. qui seipsum deno

minaret respectu vltimi.est enim eius quarta pars.& duo collaterales eius.2.&.8.sese denominarent.nam binarius est octaua pars:& octonarius medietas decimi sexti:de niq; vnitas est decima sexta pars eiusdem numeri: qui ab vnitate denominatur semel decem & sex.eadem ratio esset in omni alia dispositione pariter parium. quia si dis- ponatur sub numero pari:semper sunt duo mediales.si autem sub numero impari: erit in eis tantum vnus medialis. Quarta proprietas numeri pariter paris est.ꝙ omnium numerorum pariter parium continua serie dispositorū siue eorum sit vnus rum medialis siue duo mediales: semp qđ producitur ex multiplicatione vnius extre mi per alterum: idem resultat ex ductu mediorū & collateraliū numerorum equaliter distantium a medijs.vt patet in exemplis tertiæ proprietatis præcedentis. nā quicun q; numeri seipsos denominabant respectu vltimi: iidem si adinuicem multiplicentur eandem summā producent.nam in primo exemplo siue dicantur quatuor in octo: si- ne duo in.16.siue vnus in.32.eadem summa triginta duorum resultabit. & in secūdo exemplo multiplicato quaternario per seipsum siue.2.per.8.siue.1.per.16.semper idem prouenit scilicet decimus sextus. 4.ppiie.

Caput quartum de numero pariter impari et proprietatibus eius.

Pariter impar numerus est qui in duo equalia diuidi potest: sed quælibet eius medietas diuisionem per equalia non ad- mittit.huiusmodi sunt tales numeri.2.6.10.14.& alij plures.vnde patet ratio quare dicantur pariter impares.quia licet ipsi sint numeri pares: pri- ma tamen diuisione veniunt ad impares.patet etiam generatio continua talium nu- merorum per duplationem singulorum imparium etiam cōnumerata vnitate loco ī paris numeri. Hui⁹ etiam speciei quatuor sunt proprietates licet valde diuersæ & op positæ proprietatibus præcedentis. Prima proprietas est ꝙ cuiuslibet partis eius ali- quotæ quantitas & denominatio differunt quantum ad paritatem & imparitatem. ita ꝙ si pars illa sit numerus par habet denominationē īparē respectu sui toti⁹.& si ꝑs est numerus impar: denominatio eius est par.vt in hoc numero.18.nouem est impar nu merus sed eius medietas.& sex est numerus par sed eius tertia. & sic de alijs similiter.

Pariter impar quid sit.

Quatuor eius ppzie tates

1.ppzietas

Secunda proprietas. quilibet duo proximi pariter impares distant a seipsis quater nis vnitatibus: totidemq; numeris interscalariter dimissis.vt patet ī exemplo superio ris diffinitionis: Huius autem proprietatis ratio est clarissima: quia numeri pariter impares ex naturali serie imparium geniti sunt. quilibet autem impar distat a suo proximo impari per duas vnitates: quibus duplatis vt fiant pariter impares: duplan tur etiā eorū distantiæ: ergo distāt per quatuor vnitates. vnde fit vt sequēs pariter im par quinto loco situetur a proximo præcedente pariter impari. vt patet in exemplis supra dictis. Tertia proprietas est. dispositis naturali ordine pariter imparibus quot- quot voluerimus incipiendo a binario: si in tali serie vnus tantum fuerit medialis: ille duorum pariter imparium altrinsecus ab eo æqualiter distantium erit medietas con- iunctorum. vt acceptis his quinq; numeris. 2. 6. 10. 14. 18. medialis vnicus est denarius: cuius collaterales prædicti. 6. & 14. vel 2. & 18. vigenarium consti- tuunt: cuius medietas est denarius. Quarta proprietas. si in naturali serie pariter im- parium fuerint duo mediales: illi simul iuncti adequantur duobus collateralibus ex vtraq; parte ab eis æqualiter distantibus siue mediate siue immediate hinc & inde ia- centibus. vt si accipiamus sex tales numeros. vt hic. 2. 6. 10. 14. 18. 22. duo

2.ppzietas

3.ppzietas

4.ppzie.

mediales erunt 10. & 14. qui simul iuncti complent. 24. eandemq; summã perficient collaterales. 6. & 18. etiam 2. & 22. Harũ proprietatũ demonstrationes ex primo & septimo libro arithmetices Iordani requirendæ sunt certissimæ.

Caput quintum de numero impariter pari et eius proprietatibus.

Impariter par quid sit. **Mpariter par numerus est par cuius due** medietates per equalia partitionem admittunt: sed non procedunt vsq; ad vnitatem: imo citra eam deficit partitio per æqualia in tali numero. vt. 12. 20. 24. &c. vnde patet ratio quare talis numerus dicitur ĩpariter par. quia scilicet nõ vniformiter s; difformiter & ĩpariter diuiditur per medietates modo pares modo ĩpares. Generãtur autem numeri huius speciei ex multiplicatione permixta numerorum pariter parium cum numeris imparibus. Si enim fiant duæ series numerorum altera superior ex imparibus a ternario initium sumentibus & nullo impari dimisso: altera inferior ex pariter paribus numeris a quaternario incipientibus continueq; procedentibus: quilibet superior numerus in quemlibet inferiorem ductus: numerum impariter parem producit. vt clare demonstrat hæc forma.

	3	5	7	9	11	13
	4	8	16	32	64	128
Latitudo.	12	24	48	96	192	384
	20	40	80	160	320	640
	28	56	112	224	448	896
	36	72	144	288	576	1152
	44	88	176	352	704	1408
	52	104	208	416	832	1664

Longitudo.

Quatuor eius proprietates. Huius speciei numerorum itidẽ quattuor sũt proprietates ex septimo arithmecæ Iordani demonstrandæ. Prima est. omnis numerus ĩpariter par aliquas eius partes aliquotas habz denominatione & quantitate sua consimiles:

1. proprietas aliquas vero differẽtes & dissimiles. vt ille numerus. 24. habet has partes. 1. 2. 3. 4. 6. 8. 12. quarum istæ. 2. 4. 6. 12. & re & denominatione sunt pares. nam binarius est duodecima pars eius. duodecim medietas est. quatuor est sexta pars. & sex est quarta pars. sed istæ. 1. 3. 8. discordant a suis denominationibus. quia vnitas est vigesima quarta pars. tenarius est octaua. octonarius vero tertia eiusdem numeri. Ex hac proprietate & sequentibus apertissime constabit q̃ hæc species numeri paris (licet ordine posita sit vltima) est tamen media per participationẽ inter duas præcedentes species sibi inuicem aduersas & dissentientes: vt earũ proprie-

2. proprietas tates ostenderunt. Secunda proprietas est. omnis numerus impariter par est medioeriter diuisibilis in partes scilicet minus q̃ pariter par & plusq̃ pariter impar. Huius ratio ex diffinitione superiore est q̃ manifestissima. quia impariter par numerus nõ vnica sed multiplici partitione diuiditur: nec tamen adeo vt diuidi possit vsq; ad vnitatem. Tertia proprietas. q̃ in supradicta numerorum impariter parium formula q̃-

3. proprietas libet series secundum longitudinem figuræ accepta procedit duplando & habet quartam proprietatem numeri pariter paris siue accipias in ea duos mediales numeros siue vnicum. semper enim multiplicatio medii vel mediorum adequatur multiplicationi collateralium & extremorum: quia eadem summa producitur vtrobiq; vt pa-

4. proprie. tet ex arte multiplicandi in algorismo. Quarta proprietas. quælibet series formulæ supra posite secundum latitudinem eius procedit per æquales distantias & obseruat quartam proprietatem impariter paris. nam per artem additionis algoristicæ vnius medialis in ea est medietas duorum collateralium additoru3. & duo mediales adequãtur duobus collateralibus æque distantibus ab eis si simul addantur.

Caput sextum de numero impari et speciebus & proprietatibus suis.

Impar numerus: reppetita diffinitiõe: est ille qui ĩ duo æqualia minime potest diuidi. vt. 1. 3. 5. 7. 9. &c. Eius proprietates præcipue tres sunt: ex septimo libro iordani demonstrandæ. Prima. quilibet numerus impar in duo partitus vt vnã partem habeat parem & alteram imparem: ac partitionis membra inæqualia esse necesse est. Nam si quinarium in duas tantum partes diuiseris hæ solæ erunt. 1. & 4. vel. 2. & 3. in quibus manifeste est imparitati paritas associata. & sic de aliis numeris imparibus quibuscunq;. Secunda proprietas. si numer⁹ impar imparem multiplicet: solum producitur numerus impar. patet inductiue nam ter quinq; sunt quindecim. & quinquies septem. 35. & sic de aliis. Tertia proprietas. impar numerus si parem multiplicet semper nascitur inde par. Hæc proprietas conuertibiliter se habet cum tertia proprietate numeri paris superius posita: & ideo eadẽ est veritas & ratio vtrinsq;. Numeri imparis tres sunt species immediate quæ sunt. primus. secundus. & ad alterũ primus. Numerus impar prim⁹ est qui sola vnitate pte aliquota metiri põt. vt. 3. 5. 7. idemq; incõpositus nominatur. & ratio vtrinsq; denomiationis est eadem: quia numeri imparis nulla potest esse pars aliquota præter vnitatẽ nisi illa etiam sit numerus impar. Ille ergo numerus impar qui nullum alium imparem præter vnitatem habet partem aliquotam: primus dici debet: quia ante se nullum habet numerum mensurantem. dicitur etiam incõpositus: quia ex aliis numeris non componitur: sed ex solis vnitatibus. Impar secundus est qui aliam vel alias præter vnitatem habet partes aliquotas. vt. 9. 15. 21. merito ergo idem secundus & compositus nominatur: quia præcedunt ipsum alii numeri cõponentes eum. Harũm duarum specierum imparitatis quatuor assignari possunt proprietates: quarũ duæ priores ex tertio libro: duæ vero posteriores ex septimo libro iordani veniunt demonstrandæ. Prima proprietas est omnis numerus primus in se etiam est primus ad omnem alium numerum quem non mensurat. vt. 7. ad. 9. & ad. 15. & sic de aliis. Secunda proprietas. omnis numerus secundus & compositus ab aliquo primo & incomposito necessario mensuratur. vt. 9. a ternario. & 15. a quinario. & 21. a septenario & sic de aliis. Tertia proprietas. omnis numerus primus aliquis imparium est taliter dispositorũ qui post nullum imparem totus venerit quotus aliquis impariũ fuerit in naturali serie ab vnitate. Quarta proprietas. omnis numerus secundus & cõpositus post aliquẽ impariũ naturali ordine dispositorũ totus esse cognoscitur quotus ille impar erat ab vnitate. Hæ duæ proprietates simul declarari poterunt: data arte inueniendi per ordinem numeros prædictarũ duarũ specierum imparitatis. quæ talis est. Disponantur a ternario incipiendo omnes numeri impares in serie naturali. vt. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21. 23. 25. 27. 29. tunc clarum est q ternarius est impar primus & incõpositus ante quẽ nullus impar est præter vnitatem. Si ergo post ternariũ tot numeros accipiamus in prædicta serie: quot ipse ternarius continet vnitates continue procedendo: inueniem⁹ omnes numeros secundos a ternario mensuratos. vt post ternarium acceptis. 5. 7. 9. tertius istorum nouenarius est secundus & cõpositus a ternario parte aliquota eius. Item post nouenarium tribus acceptis. vt. 11. 13. 15. tertius istorũ quindenarius est secundus & cõpositus a ternario parte aliquota eius. similiter post quindenariũ iterum trib⁹ acceptis vt. 17. 19. 21. tertius istorũ est secundus & cõpositus a ternario. & sic continue ꝓ

Marginal notes: Impar nu-mer⁹ qđ sit. — Tres eius ꝓprietates — 1. ꝓprietas — 2. ꝓprietas — 3. ꝓprietas — Imparis. 3 species. — Prim⁹ & cõposi⁹ qđ sit. — Secund⁹ & cõpositus qđ sit. — 1. ꝓprietas — 2. ꝓprietas — 3. ꝓprietas — 4. ꝓprie. — Modus generationis harũ. 2. specierum.

cedendo per illam seriem inueniemus infinitos secundos & cõpositos a ternario mẽ
suratos. Similis ratio est habenda post quinarium ad inueniendum numeros secũdos

Per quinarium.

& cõpositos ab eo. s. acceptis post quinarium quinq; numeris cõtinue: quia tot ipse cõ
tinet vnitates. vt acceptis. 7. 9. 11. 13. 15. vltimus istorũ est secundus & cõpositus a qui
nario parte aliquota eius. & iterum post illum si alios quinq; accipiamus. vt. 17. 19. 21
23. 25. vltimus istorũ est secundus & cõpositus a quinario. & sic consequenter procedẽ
do inueniemus omnes alios. Eadem ratio est de numero septenario continue accep-

Per septenarium.

tis septem numeris post ipsum: & de nouenario acceptis nouem: & sic de aliis omnib9
imparibus per ordinem. Ex quo processu liquido constat qui numeri impares in di-

Inuentio saltũ numerorum

cta serie sint de prima & qui de secunda specie imparium supradictis. omnes enim im
pares inuenti per saltũ ternarii aut quinarii aut septenarii & sic de aliis: sunt secũdi &
cõpositi. qui vero per nullum præcedentium numerorum saltus faciendo inueniri po
tuerant: sunt primi & incompositi. vt patet in his duabus seriebus aut lineis.

Primi & incompositi. 3. 5. 7. 11. 13. 17. 19. 23. 29. 31. 37. 41. 43. 47.
Secundi & compositi. 9. 15. 21. 25. 27. 33 35. 39. 45. 49. 51. 55. 63. 81.

Et si ex hac secunda serie vellet quis plures alias diuidere: quarũ prima contineret nu
meros mensurandos per ternarium: secunda mensurandos per quinarium: tertia eos
quos mensurat septenarius & sic de aliis: inueniet hanc legem in eis obseruatã inuiolabi

Obseruãda regula.

liter: q denominationes cuiuslibet imparis respectu suæ seriei numerorũ ab eo cõpo-
sitorum variantur cõtinue secundũ naturalẽ seriem omnium numerorũ impariũ su-
perius descriptam. itaq; respectu primi in sua serie quilibet impar est tertia pars. & se-
cundi est quinta pars. tertii est septima: & sic consequenter in omnibus lineis.

Compositi a ternario. 9. 15. 21. 27. 33 39. 45. 51. 57. 63. 69. 75.
Compositi a quinario. 15. 25 35. 45. 55. 65. 75. 85. 95. 105.
Compositi a septenario. 21. 35. 49. 63. 77. 91. 105. 119. 133. 147.

Ex his facile intelliguntur duæ proprietates harum specierũ imparitatis vltimo posi-
tæ supi9. nã oĩs numerus secundus & cõpositus ab aliquo impari: totus est in sua serie
quotus erat ille impar cõponens ipsum in ordine impariũ vel alius sequens eum natu
rali ordine. vt nonenarius totus est inter secũdos & cõpositos a ternario quot9 erat ter
nari9 in naturali serie imparium: quia primus & quindenarius totus quotus quinarius
quia secũdus. & vigesim9 primus est eorũ tertius sicut septenarius inter impares. Eadẽ
ratio est in omnibus aliis. Numerus autẽ primus & incompositus hac lege non astri
gitur. quia non dicitur per relationẽ ad aliquem alium numerum: ex quo a nullo com

Numerus ad alterũ primus q̃s sit

ponitur sed a sola vnitate. hæc de primis duabus speciebus numerorũ imparium. Nu
merus ad alterum primus est impar qui secundum se est secundus & composit9: sed ad
alterum cõparatus sola cũ illo cõuenit vnitate parte aliquota qua vterq; cõmuniter mẽ
suratur. vt nonenarius ad vigesimũ quintũ. & ad. 49. &c. Generantur aũt siue iueniũ-
tur omnes numeri huius tertiæ speciei per continuã multiplicationẽ numerorũ ipariũ
primæ speciei: si eorũ quilibẽ ducatur in se ipm. vt in hac serie est quã manifestissimũ

3. 5. 7. 11. 13. 17. Nam ex tali multiplicatiõe quilibet numerus productus
9. 25. 49. 121. 169. 289. est secũdus & cõpositus per diffinitionẽ: cuius pars aliquo
ta præter vnitatem est ille impar ex cuius multiplicatione producitur & nullus alius.

Numeri ad alterũ primi duæ proprietates. 1. ꝓprietas

igitur quilibet duo tales ad inuicẽ cõparati in nulla parte aliquota præter vnitatẽ con
cordant. Huius speciei duæ sunt proprietates. Prima est. omnes numeri ad seipsos
primi singuli in se ducti numeros etiam primos ad seipsos producunt. vt. 81. qui ex
multiplicatione nouenarii per seipm producitur: licet sit secũdus & cõposit9 seorsum
acceptus: tñ cõparatus ad. 625. (qui ex vigesimo quinto in se ducto nascitur) est pri-
mus & incompositus. quia in nulla cum eo parte aliquota conuenit excepta vnitate.

Secūda ꝓprietas.omnis numerus minor qui ad maiorē est primus: si a maiore de= 2.ꝓprietas
trahatur quotiēs poterit: &eo q reliquetur quoties pōt a minote ditracto:atq; hoc pa=
cto cōtinue detractis residuis a suis præcedētibus ꝓcedendo:tandē sola reliq̄tur vnitas.
si aliqs ali⁹ nūer⁹ab vnitate remāserit:tales numeri nō sūt adīuicē primi.vt si. 9.de
matur q̄tiens poterit a.25.remanēt.7.q̄ residuo vice ri⁹ detracto a nouenario quotiēs
poterit:remanent duo.qb⁹ iterū subtractis a septenario quotiēs fuerit possibile:rema
net sola vnitas. non sic autē se habebit.9.ad.21.quia ante vnitatē remanebit ternari⁹.
ergo duo primi nūeri sūt ad seipos primi & incōpositi ꝑtinētes ad tertiā speciē īpariū
duo vero vltimi nō possunt ad illā pertinere:sed tantū remanēt sub secūda specie im
pariū.prædictæ duæ proprietates ex tertio libro iordani veniūt demōstrandæ.Quia Inciđtale
vero superius de numeris parib⁹ perfectis superfluis & diminutis mentionē fecim⁹: numeris ꝑ
libet hic in calce huius tractat⁹ eorū inuentiōes & ꝓprietates determinare.Numeri igi fectis.
tur perfecti duabus regulis inueniūtur.prima est ꝙ in quolibet limite numerorū est Inuētiōis
tantū vnus perfectus.Ideo numeri perfecti quia rari & præciosi similitudinē gerunt eorū duere
moraliū virtutū:de quibus aristoteles dicit in fine secūdi ethicorū ꝙ virtus est rara & gule.
præciosa.Vocamus aūt in proposito limites numerorū eos quos in descriptionib⁹ al Prima.
goristicis locos scribēdi numeros vocare solent.vt in primo loco vnitates.i.oēs nume
ros vsq; ad nouē inclusiue.in secūdo loco denas quæ etiā sunt nouē.in tertio cētenas.
in quarto millenas.& sic de aliis quæ oēs denominationes vsq; ad nouē præcise se ex=
tendunt.Est ergo sensus hui⁹ primæ regulæ ꝙ infra decē est vnus solus numerus pfe=
ctus.& supra decē sed infra centū etiā vnicū perfectū reppeiimus.deinde supra cētū
sed infra mille est tantū vnus perfect⁹.& sic consequenter per oēs alios limites nume=
rorū idē reperimus.Sed quia ista regula prima est satis cōfusa addamus secūdā ma=
gis distinctā.ꝙ omnis numerus perfectus ex cōtinua aggregatione pariter pariū nu= 2.regula
merorū naturali serie ab vnitate dispositorū: & ex multiplicatiōe īparis primi inde re
sultantis per vltimū pariter pariū simul additorū infallibiliter & continue generatur.
vt dispositis hoc ordine pariter paribus. 1.2.4.8.16.32.64.&c.si addamus primū
secundo resultat ternarius: qui cū sit numerus primus & incompositus :si multiplice
tur per binarium qui erat vltimus additorum:resultat senarius numerus perfectus.de
inde si duobus primis addatur tertius pariter par scilicet quaternaris .resultat septe=
narius:qui cum sit impar primus & incompositus: debet multiplicari per quater=
narium vltimum additorū: & producetur inde.28.qui est numerus perfectus. postea
addatur octonarius ad præcedentes: & resultant.15.qui cum non sit impar primus: in
efficax & inutilis est ad generationem numeri perfecti.dimittatur ergo & nō multipli
cetur per octonarium vltimū additorū:sed procedatur addendo pariter pares sequen
tes. & vbi ex eorum additione resultauerit numerus impar primus: ille est multiplicā
dus per vltimum pariter parium additorum. vt generetur inde numerus perfectus.
quorum exemplar & recta series est hæc.

Impares collecti.		3.	7.	15.	31.	63.	127.		255	511.	
Pariter pares	1.	2.	4.	8.	16.	32.		64.	128.		256
Perfecti numeri.	0.	6.	28.	0.	496.	0.		8128.	0.		130816

Numerorū perfectorum hæc est notabilis proprietas.ꝙ oēs numeri pfecti seriatim & Unica ꝓpri
naturali ordine dispositi alternatim senario & octonario numeris terminantur sem= etas perfec
per.Numeri igitur perfecti licet pares sint:inter alios sui generis obtinuerunt princi= torum.
patū laudesq; promeruerunt:cū alii pares oēs dicātur apud pictagoricos infamati : &
maxime pariter pares propter suā diuisibilitatē.nā perfecti numeri a radice īparitatis
procreantur oēs: q̄ magnas laudes habet in negocio arithmetico. Inuētio aūt nume=
rorū pariū superfluorū & diminutorū facilis est.quia vt superius diximus oēs numeri

pariter pares sunt diminuti: ergo reliqui oēs pares exceptis pfectis erūt numeri super
Due ppie tates aliorū
flui. Quorū duorū modorū proprietates ex septimo libro Iordani demonstrandæ hæ
duæ sunt. Prima oīs numer9 diminutus a sola vnitate aut ab alio numero diminuto
1. ppietas
pte aliquota eius mēsuratur. Hæc ex prima ppietate pariter paris est q3 manifestissi-
2. ppietas
ma. Scda ppietas. oīs numerus abūdans aut superfluus solū numerū abundantē mē-
surare pōt tanq3 pars aliquota eius. patet inductiue. quia. 12. est ps aliquota istorū. 24.
36. 60. qui oēs sunt superflui. Hactenus igitur de numero & specieb9 suis tā subalter-
Epilog9 su pradictorū
ni q3 specialissimis: q oēs termini sunt de pdicamēto quātitatis: & de ppietatib9 siue
generis siue specierū oīm: hæc nos dixisse sufficiat pprimo tractatu hui9 nostri primi
libri introductiōis arithmeticæ. Quæ quātas cōmoditates afferāt in maiorib9 sciētiis
phisica: methaphisica: morali sciētia: & medicina: atq3 theologia: longū esset enarrare
Pictago.
Vnitas est deus
& altioris egens speculatōis. Nunc aūt hoc vnū tacere nō volumus: q diuinus ille pic-
tagoras totā philosophiā numerorū rationib9 intexuit: attribuēs vnitatē primo oīm
Pares numeri corruptibilia
rerū principio. s. deo. Numeros aūt oēs creaturis adaptauit. vt aristoteles narrat in pri
mo libro methaphisicorū. sed pares numeros ppter eorū diuisibilitatē creaturis cor-
ruptibilib9 indidit: impares vero creaturis spūalibus & incorruptibilibus. Hinc pro
Impares numeri incorruptibilia.
cessit illa distinctio duorū pdicamentorū apud pictagorā. s. rerū perfectarū & iperfe-
ctarū: in quarū coordinationū prima imparē posuit: ī secūda vero parē. Et quia mate
Binarius materia
ria rerū naturaliū est oīm imperfectissima creatura. & causa oīs corruptionis & varie-
tatis in rebus mūdi: ideo ei attribuit primū & īperfectissimū oīm numerorū binariū.
cuius mentē plato explicans vocauit materiā magnū & paruū: vt aristoteles tradit in
Quaternarius elementa.
primo phisicorū. Elementis aūt pictagoras attribuit quaternariū: quia sunt prima &
imperfectissima oīū corporū naturaliū: & sic cōsequēter pcedebat per alias species nu
merorū pariū & rerū naturaliū. Post quas ad corpora celestia veniēs quia sunt īcorrup
Ternarius sphera celestis.
tibilia: atribuebat eis numeros īpares: quia spherā quālibet planetarū trifidā in tresq3
orbes diuisam ponebat. Quāuiā postea secut9 est pthoiemeus ponēs orbes eccētricos
planetarū. & tandē sup septē spheras planetarū. tres alias spheras mobiles cōcessit Pi
Impar primus intelligentia.
ctagoras. vt Aristoteles narrat in primo methaphisicorū. Vltimo veniēs ad substātias
spūales separatas de eis per numeros īpares primos, & incōpositos ratiocinabatur po
Plato.
nens eas substātias simplices a sola vnitate q̄ deus est depēdentes & mēsurabiles. Hūc
modū philosophādi diuinissimus Plato postea insecut9 est satis copiose & mirabilit.
Aristote.
Deinde aristoteles ingeniosissimus hāc viā sibi placuisse testat9 est: cū in octauo libro
suorū methaphisicorū dixerit q eētiæ rerū sunt sicut numeri. & alibi pluries de hoc.
Theologi.
Sācti etiā doctores ecclesiæ Augustinus. Hieronymus. Chrysostom9. Origenes: & alii
plures in suis opusculis multa ad fidē & mores ptinētia rōnibus numeralibus sufficiē
tissime explicarūt. atq3 in cōmētationibus suis supra textū sacræ bibliæ nimis pōderāt
ea q̄ certis numerorū speciebus spūs sctūs determinari voluit a pphetis & apostolis.
Moyses.
Ezechiel.
Ioannes.
vt videre ē apd moysen in descriptōe tabernaculi: & apd ezechielē ī mēsuratiōe tēpli.
cui fere similia verba posuit Ioānes in apocalipsi. Vnde nō sine oīm theologorū mira
culo legitur illud Gene. 1. vbi in secūdo die creatiōis nō dicitur: vidit de9 q eēt bonū:
cū tñ hoc verbū ī nullo aliorū dierū prermittatur. quia vt aiūt in hoc designauit spūs sā
ctus numeri binarii īperfectionē: qui cū sit primus recessus ab vnitate: pcti primorū
parentū vel malorū angelorū figurā habet. Senarii quoq3 numeri pfectionē August.
Senarius creationis
sup Genesim ānotauit: rōnē reddens quare ī sex diebus pfecti sunt cœli & terra & om
nis ornat9 eorū totaq3 mundi pfectio illo dierū numero edita est. Nō solum autē supra
dicti philosophi & theologi p numeros & eorum ppietates de rebus humanis & diui
nis ratiocinātur: sed etiam p numerorum habitudines quas vocāt pportiones: de qui
bus vt iam diceramus opus est.

Tractatus secundus de proportione et proportionum speciebus ac proprietatibꝰ. cuius sunt capita septē. Primū caput de ꝓportione multiplici & speciebꝰ & ꝓprietatibꝰ eius.

Postq̄ȝ ea quæ ad quēlibet numerū per se sumptū pertinebāt diffusius ptractauimus: reliquū est vt numerorū ad numeros habitudines seu ꝓportiones inquiramus: a vocabuli diffinitiōe exordiū nostræ narratiōis auspicantes. Proportio numeralis est numeri ad numerū certa habitudo. vel clariꝰ est numerus ad numerū aliqualiter se habēs in quātitate sua. vt. 2. ad. 4. & ecōtra est ꝓportio: & sic de aliis. Huius generis duæ assignari possunt ꝓprietates. Prima est: q oīs ꝓportio numeralis est ꝓportio rōnalis. ꝓbatur ex diffinitiōe rōnalis ꝓportiōis q̄ est hæc. Proportio rōnalis est habitudo duarū quantitatū ad īuicē cōmunicantiū in parte aliquota q̄ cōmuniter vtriq̄ȝ illarū cōuenit licet nō sub eadē denoīatione. cōstat aūt q oīs numerꝰ cuilibet alteri numero cōmunicat in parte aliquota sꝫ minꝰ in vnitate: q̄ oīs numeri est pars aliquota: oīsq̄ȝ numerus ad vnitatē est ꝓportio multiplex: ergo oīs ꝓportio numeri ad numerū est rōnalis. Ex hac prima ꝓprietate sequitur alia & secūda. q nō oīm ꝓportionū modi aut species possunt in numeris repperiri: ꝓbatur quia sunt dabiles aliq̄ species ꝓportionum q̄ dicūtur irrationales: quales sunt quantitates in nulla parte aliquota adinuicē cōmunicātes: vt geometræ ꝓbāt de duabꝰ lineis ī quadrato q̄ sunt diameter et costa: & etiā de quibusdā aliis lineis & superficiebꝰ. nulli aūt numeri sunt adinuicē incōmunicātes: vt ꝓbatū est. ergo taliū ꝓportionuȝ modos vel species: numerorū natura nō partitur. Diuiditur aūt ꝓportio nūeralis in duas spēs imediate q̄ sunt equalitas: & inequalitas. Equalitas est nūerus taliter se habēs ad aliuȝ numerū q eū nō excedit neq̄ȝ ab eo exceditur. vt. 3. ad. 3. &. 8. ad. 8. Inequalitas vero ē numerus ad aliū sic se habēs q illū excedit vel ab eo exceditur. vt. 6. ad. 3. vel. 4. ad. 8. Patet ergo q in arithmetico negotio secūdū veriorē philosophiā noīa abstracta & cōcreta sinonima sunt: idēq̄ȝ penitus significāt: vt equalitas & equale: inequalitas & inequale. Harū duarū specierū simul tres ponūturꝰ ꝓprietates: ex nono libro iordani demōstrandas. Prima est q equalitas est oīs inequalitatis principiū origo & mater. Secūda. ex prima sequitur q oīs inequalitas ex equalitate nascitur. Tertia. q oīs iequalitas est resolubilis vsq̄ȝ ad equalitatē. Harū ꝓbationes in vltimis duobꝰ capitulis huiꝰ tractatus erūt clarissime. Equalitas aūt in alias spēs vlteriꝰ nō diuiditur: sed est spēs athoma aut specialissima: quia talis numerorū habitudo est īuariabilis & ī indiuisibili cōsistens. Inequalitatis vero duæ ꝓbātur species immediate ex diffinitiōe eius distinctiua. hæ sunt maior & minor iequalitas. Inequalitas maior est numerus excedēs alterū numerū ad quē cōparatur in sua habitudine vt. 6. ad. 3. Minor inequalitas est numerus q ab alio exceditur ad quē refertur: vt. 4. ad. 8. Horū generū subalternorū cōsimilis est diuisio in suas spēs: quot eñ modis contingit vnū numerū excedere aliū: tot modis cōtingit q vnus nūerus ab alio excedatur. ideo totidē sunt spēs p̄cise minoris quot maioris inequalitatis eisdēq̄ȝ vocabulis fere distinctæ. Maioris ergo inequalitatis quinq̄ȝ sunt spēs ꝓximæ. tres primæ simplices vt multiplex. superparticularis & super partiēs. duæ vltimæ sunt cōpositæ ex tribus primis. s. multiplex superparticularis: & multiplex superpartiēs. ergo similiter minoris iequalitatis erūt quinq̄ȝ spēs istæ. submultiplex. subsuperparticularis. subsuper partiēs. submultiplex superparticularis. & submultiplex superpartiēs. Et ꝓportionaliter diffiniendæ sicut spēs maioris & minoris iequalitatis atq̄ȝ eisdē exēplis cōuersis declarādæ. Multiplex igitur ꝓportio est numerus maior sic excedēs suū minorē q eū totū p̄cise pluries cōtinet. vt. 12. ad. 3. vbi maior cōtinet minorē totū quater & nihil plus. & ī eodē exēplo cōparādo. 3. ad. 12. est ꝓportio submul

Proportio numeralis quid sit.
Due eius ꝓprietates
1. ꝓprietas
2. ꝓprietas
Proportio nls duo genera.
Equalitas.
Inequalitas.
Proprietates earū. 3.
1. ꝓprietas
2. ꝓprietas
3. ꝓprietas
Inequalitatis species. 2.
Maior inequalitas.
Minor inequalitas.
Maioris inequalitatis species. 5.
Multiplex ꝓportio qd

Proprieta tes eius .3. tiplex: qua minor numer⁹ totus pluries exceditur a maiore cōtineturq́ʒ in illo. Multi-
plicis ꝓportionis icōmuni tres notātur ꝓprietates ad nonū librū arithmetices iorda-
1. ꝓprietas ni referēdæ. Prima est ꝙ multiplex ꝓportio cæteris iequalitatib⁹ est ātiquior & origi-
ne prior. hæc declarabitur infra in cap. 6. huius tractatus qđ erit de origine ꝓportio-
2. ꝓprietas nū. Secūda ꝓprietas oīs ꝓportio multiplex oēsq́ʒ multipliciū spēs & modi ex cōtinua
serie numerorū ad vnitatē relata facile īueniūtur. hæc ex pri⁹ dictis i hoc capitulo ela
rescit. dictū est eī ꝙ oīs numerus ad vnitatē est multiplex: sub varia tñ specie multipli
3. ꝓprietas catis. Tertia ꝓprietas ꝙ oīs ꝓportio multiplex habet aliā multiplicē se maiorē. vt du-
Multiplicis spēs infinite pla quadruplā. tripla nonocuplā: & sic de aliis. Multiplicis ꝓportiōis infinitæ sunt spe
cies specialissimæ tot. s. quot sunt spēs numerorū a qbus denoīantur. vt dupla: tripla:
Dupla. quadrupla &c. sine statu. Dupla proportio est numer⁹ maior cōtinēs totū minorē ad
Tripla. quē cōparatur bis præcise vt. 6. ad. 3. & . 8. ad. 4. &c. Tripla proportio est cū maior nu
Quadrupla. merus minorē ter ꝑcise cōtinet vt. 9. ad. 3. & . 12. ad. 4. &c. Quadrupla portio est. cū ma
ior numer⁹ minorē cōtinet totū ꝑcise quater. vt. 8. ad. 2. & . 12. ad. 3. &c. & secūdū hanc
Generatio earum. proportionē definirētur oēs aliæ species proportiōis multiplicis. Generātur aūt siue
īueniūtur numeri taliū proportionū ex naturali serie numerorū. nā quilibet numer⁹
ad vnitatē cōparatus cōtinue sub alia & alia specie multiplicitatis se habet ad illā. vt bina
rius est duplus: ternari⁹ triplus: quaternari⁹ quadrupl⁹ ad vnitatē: & sic in īfinitū. Sʒ
in hoc processu nō habem⁹ pro qualibet specie multiplicatis nisi vnū exēplū: vt ergo
sub qualibet specie īfinita exēpla repperiamus: oportet nos hāc regulā obseruare ꝙ de
scripta naturali serie numerorū ab vnitate incipiēdo sup eā scribatur alia series q̄ īcipi
at a binario procedatq́ʒ ꝑ continuā additionē binarii & sic habebimus infinita exem-
pla proportionis duplæ. vt patet in hac serie.
Dupli. 2. 4. 6. 8. 10. 12. Et si linea supior īciperet a ternario ꝓcederetq́ʒ ꝑ cōti
1. 2. 3. 4. 5. 6. nuā additionē ternarii īuenirem⁹ īfinita exēpla ꝓpor
tōis triple. vt hic. 3. 6. 9. 12. 15. 18. Et si series superior īciperet a quaternario: exrē
Tripli. 1. 2. 3. 4. 5. 6. dereturq́ʒ per continuam additionem quaterna-
rii deseruiret exemplis proportionis quadruplæ. vt in hac forma patet.
Quadrupli 4. 8. 12. 16. 20. 24. Et si in incipiamus a quinario in serie superi-
1. 2. 3. 4. 5. 6. ore & cōsequēter procedam⁹ ꝑ quinarios īue
niem⁹ infinita exempla proportiōis quīcuplæ: & sic cōsequēter ī aliis oīb⁹ spēbus.
Quincupli. 5. 10. 15. 20. 25. 30. Alii vero auctores diuersis verbis huius regu
1. 2. 3. 4. 5. 6. læ eandē sentētiā aliter protulerūt dicētes ꝙ
si ex naturali serie numerorū procedatur cōtinue vno dimisso interscalariter: īuenie
mus oēs duplos. & duobus dimissis oēs triplos. & tribus dimissis oēs quadruplos & sic
cōsequēter: vt patet in exēplis positis. Alii clarius dixerūt ꝙ acceptis primis exēplis
oīm proportionū ex naturali serie nūerorū vt prius dicebamus: si illi numeri duplen
tur erunt secūdi numeri in eisdē proportionibus & si triplētur erūt tertii numeri earū
dē proportionū. & si quadruplētur erūt quarti nūeri. & sic cōsequēter. & hoc patet etiā
eēverū in exēplis supra positis. Quarū oīm spērū simul he sūt due proprietates ad no
Due ꝓprietates totū ꝓpriæ tates. nū librū iordani ꝑtinētes : Prima ē ꝙ oīm proportionū multipliciū a paribus nūeris
denoīatarū semꝑ nūeri maiores sūt pares in oībus suis exēplis: imparē vero hñtiū de
1. ꝓprietas noīationē: nūeri maiores neq́ʒ oēs sūt pares neq́ʒ oēs impares: sed vnus par & alter im
par alternatī procedēdo: vt manifeste declaratur in formulis proportionū multipliciū
superius descriptis. Secunda proprietas ꝙ omnis proportio multiplex in sua genera
2. ꝓprietas tiōe ꝑ solā vnitatē numeros superat ōmitendos ex naturali serie: sic ꝙ denoīatio illius
proportiōis sumitur a maiori nūero q̄ sit nūerus ōmittēdorum: & ille excessus ē sola
vnitas. vt in dupla proportione est cōtinue dimittendus vnus numerus: in tripla duo
numeri. in quadrupla tres. & sic consequenter.

Caput secūdū de ꝓportione supparticlari & ei⁹ speciebus & ꝓprietatibus.

SVperparticularis ꝓportio est nūerus maior cōtinēs in se aliū minorē totum semel & vltra hoc vnā tm̄ eius partē aliquotā .i. medietatē vel tertiā vel quartā &c. vt. 6. ad. 4. & . 12. ad. 9. Huius generis duæ sunt ꝓprietates etiā ex nono libro arithmeticæ iordani demōstrādæ. Prima est ꝙ ois superparticularis ꝓportio hꝫ post se aliā minorē superparticularē. vt sesquialtera sesqtertiā & illa sesquiquartā & sic deinceps. Pro cu⁹ declaratiōe additur secūda ꝓprietas. ꝙ ois supparticularis ꝓportio quāto a minori nūero denoiatur tāto est maior: & viceversa quāto a maiori nūero sumit denoiationē tāto ipa est minor. vt sesquialtera est maior ꝓportio ꝗ̄ sesquitertia & hæc maior ꝗ̄ sesquiquarta &c. ratio clara est ex quātitate partiū aliquotarū qa medietas ē maior tertia parte & tertia maior quarta &c. In multiplicibus aūt ꝓportionib⁹ quātitates earū augētur secūdū ordinē suarū denoiationū: & a maiori nūero denoiata ꝓportio ē maior: vt tripla ꝗ̄ dupla & quadrupla est tripla maior &c. Supparticularis ꝓportionis infinitæ sunt spēs sūptæ ex varietate aliquotarū partiū q̄ ꝓcedit secūdū naturalē seriē numerorū: vt sesquialtera sesquitertia sesquiquarta sesquiquinta: & ita sine fine. Sesquialtera vel poti⁹ sesqualtera quā græci hemiolā vocāt: est nūerus maior minorē cōtinēs totū & ei⁹ medietatē p̄cise. vt. 3. ad. 2. & . 12. ad. 8. &c. Sesquitertia ꝓportio q̄ & epitrita est maior numer⁹ minorē cōtinēs & ei⁹ tertiā partē. vt. 4. ad 3. & . 12. ad. 9. Sesquiquarta ab excessu quarte ꝑtis sup minorē numerū denoiatur: vt. 5. ad 4. & . 15. ad. 12. Sesquiquinta vero a quīta pte: & sic cōsequēter. Gn̄atio aūt oīm istarū spērū ad habēdū singula exēpla earū hac vnica regula cōphenditur. ꝙ ī serie nūerorū vnitate diuisa qlibet sequēs nūerus ad suū ꝓximū p̄cedentē cōtinue sub alia & alia spē supparticularis ꝓportiōis refertur. vt. 3. ad. 2. est sesquialter & . 4. ad. 3. sesquiterti⁹. & . 5. ad. 4. sesq̄quartus &c. Ad habendū aūt infinita exēpla cuiuslibet speciei ponitur hæc alia regula. Si ex exēplis multipliciū ꝓportionū superi⁹ descriptis lineæ superiores adinuicē cōparentur: infinita exempla cuiuslibet proportionis superparticularis ostendentur. .s. quia tripli ad duplos sunt sesquialteri: & q̄drupli ad triplos sesquitertii. & sic cōseq̄nter. vt pꝫ hic.

Supparticularis ꝓportio qd.
Proprietates ei⁹ due
1. ꝓprietas
2. ꝓprietas
Supparticularis spēs infinite.
Sesqualtera.
Sesquitertia
Sesquiqrta.
Sesquiquinta.
Gn̄atio eoꝝ

Sesquialteri.	3.6.9.12.15.	Sesquitertii	4.8.12.16.20.24.
	2.4.6.8.10.		3.6.9.12.15.18.
Sesquiquarti.	5.10.15.20.	Sesquinti.	6.12.18.24.30.36.
	4.8.12.16.		5.10.15.20.25.30.

Alii vero facilius hāc secūdā regulā protulerunt dicentes ꝙ habitis ex prima regula primis exēplis ꝓportionis superparticularis cuiuscunq;: si illi numeri duplētur erūt scd̄i in illis ꝓportionib⁹. & si triplentur erunt tertii: & si quadruplētur erunt quarti: vt pꝫ in exemplis prædictis. Oīum autem superparticularium proportionum hæc vnica est & notanda proprietas. ꝙ quælibet superparticularis proportio in omnibus exemplis suis seriatim sumptis primus dux primum comitem sola vnitate superat: & secundus secundum binario: tertius tertium ternario. & sic consequenter procedendo per numeros naturalis ordinis. vocam⁹ autem in hoc capitulo & in oībus sequentibus illos numeros duces qui sunt maiores in suis proportionibus: minores vero comites. exempla huius proprietatis iam posita sunt in generatione istarum specierum.

Ali⁹ mod⁹ facilior
ꝓprietas vnica.

Caput tertiū de ꝓportiōe superpartiēte & speciebus & ꝓprietatibus eius.

PRoportio superpartiens: est numerus maior qui ad alium minorē comparat⁹ ipsum totū semel & plures eius partes aliquotas eiusdem denominationis ex quibus tm̄ nō fiat vna pars aliquota: cōtinet. vt. 5. ad. 3. vel. 9. ad. 7. & c vocam⁹ autem plures partes aliquotas eiusdem denominationis vt plures medietates: vel plures tertias: aut plures quartas &c. dicimus etiam notanter ex quibus non

Supparticularis ꝓportio qd sit

fiat una pars aliquota: quia in tali casu illa ꝓportio reduceretur ad supparticularē & nō
esset suppartiēs. vt si maior nūerus cōtinet minorē & duas q̄rtas ei⁹ esset illa ꝓportio ses
quialtera: quia duæ quartæ sūt vna medietas. similiter si maior nūerus cōtineret minorē
& tres nonas ei⁹ illa esset proportio sesquitertia quia tres nonenæ sunt vna tertia pars to
Due eius ꝓprietates tius. Huius generis hæ duæ sunt notabiles ꝓprietates ex nono libro arithmetices iordani
requirēdæ. Prima est ꝙ ois suppartiēs ꝓportio h₃ post se aliā maiorē superpartientē sub
1. ꝓprietas eadem partiū denoīatione. vt superbipartiēs habet post se supertripartientē & illam se=
quitur superquadripartiens: deinde superquinpartiens &c. quæ semper augentur reten
ta eadē denoīatiōe. nam in hoc genere tanto proportio est maior quanto a maiori nūe=
ro partium denominantur, si earū denominatio sit eadem & similis. vt maior proportio
est supertripartiens septimas q̄₃ supbipartiēs septimas. & adhuc maior est q̄ sequitur sup
2. ꝓprietas quadripartiēs septias: & sic de aliis. Secūda ꝓprietas. oēs suppartiētes ꝓportōes. i. oēs spēs
subalterne hui⁹ generis cōsurgūt ex naturali serie iparū sūpto initio a quinario: quibus
subscribantur omnes numeri tā pares q̄₃ ipares naturali serie sumpto initio a ternario. vt
5. ad. 3. est superbipartiēs ꝓportio. 7. ad quatuor supertripartiēs. 9. ad. 5. supraquadripar
tiēs: & sic de aliis. sed hæc numerorū forma: nō oēs spēs specialissimas suppartiētes expli
Suppartiē tis species infinite. cat: ideo alr īuestigāda est hui⁹ gnīs ramificatio. Diuiditur ergo suppartiēs ꝓportio prio
p īfinitas spēs subalternas ex nūero partiū acceptas. hæ sūt superbipartiēs. suptripartiēs
Supbipartiens superquadripartiēs &c. Est aūt ꝓportio superbipartiens nūerus maior cōtinens minorē
& duas eius partes aliquotas eiusdem denoīatiōis ex quib⁹ nō fit vna pars aliquota. vt. 5
Suptripartiens ad. 3. vel. 9. ad. 7. &c. Supertripartiēs ꝓportio tres tales partes aliquotas superaddit. vt. 7
ad. 4. vel. 8. ad. 5. &c. Superquadripartiēs q̄tuor. vt. 9. ad. 5. vel. 11. ad. 7. & sic deīceps p ī=
Supquadripartiēs finitas spēs. Quelibet aūt p̄dictarū spērū quia subalterna iterū diuiditur per infinitas spe
Superbipartiētis spēs infinite cies specialissimas variatas ex denoīatione partiū. vt ꝓportiōis superbipartientis: hæ sūt
species athomæ. superbipartiens tertias. superbipartiens quītas. superbipartiens septias:
Suptripartiētis spēs infinite & sic ꝓcedendo p nūeros īpares in infinitū. Item ꝓportiōis s ptripartientis hæ sūt spēs
spēalissimæ supripartiēs q̄ītas suptripartiēs quītas. suptripartiē s septias &c. Eodē mō ꝓce
Proprietas vnica. deretur in diuidendis aliis speciebus subalternis hui⁹ generis: dūmodo obseruetur hæc
cōditio ꝙ prima species specialissima cuiuslibet subalterni habeat denoīationē partiū so
la vnitate maiorē numero earūdē partiū vt sit superquadripartiens quītas. supquīpartiēs
sextas. supersexpartiens septias &c. Pro gn̄atiōe aūt vel īuentiōe nūerorū q ad singulas
Gn̄atio talium spērū. spēs hm̄oi ꝓportionū ptinent. hæc vnica regula & facilima ponitur. ꝙ ꝓposita qualibet
hm̄oi specie specialissima: primus comes ei⁹ statuatur nūerus denoiationis partiū: cui si
addātur tot vnitates quot⁹ est nūerus illarū partiū: ptin⁹ cōsurget prim⁹ dux illi⁹ ꝓporti
onis. vt si ꝓponatur ꝓportio supbipartiens tertias: prim⁹ comes est ternari⁹: cui additis
duab⁹ vnitatib⁹ cōsurgit quinari⁹ prim⁹ dux illi⁹ ꝓportiōis. nā. 5. cōtinet. 3. & duas vni
tates q̄ sunt duæ tertiæ ternarii. & si ꝓponatur superbipartiens quītas. prim⁹ comes erit
5. & prim⁹ dux. 7. superaddens duas vnitates. eodē mō in supbipartiente septimas: pri=
mus comes est. 7. & prim⁹ dux. 9. & sic de aliis oibus speciebus huius primi generis. Ite₃
si proponatur ꝓportio superpartiens quartas: prim⁹ comes erit. 4. & primus dux. 7. qa
addit tres vnitates q̄ sunt tres quartæ q̄ternarii. sic in ꝓportiōe supertripartiente quintas
primus comes est. 5. & prim⁹ dux est. 8. & sic de aliis speciebus huius gn̄is. Eodem mō ꝓ
cedi pōt per hanc regulā in singulis speciebus aliorū generū sequentiū in hm̄oi ꝓporti
onibus. Habitis aūt primis numeris cuiuslibet speciei talium ꝓportionū: secundi & ter=
tii & quarti in eisdem ꝓportionibus p cōtinuā multiplicationem eorum facile inuenien
Regula verissima. tur. vt eis duplatis fient secundi. triplatis tertii. quadruplatis quarti: & sic deinceps sine fi
ne. est enim regula verissima ꝙ multiplicium & submultiplicium numerorum eadem & si
milis est proportio. vnde per hanc viam qui vellet procedere: faceret plures series nūe=
rorum quæ essent exempla istarum specierum: sed hæc lectorum ingenio pariter & ex
ercitio describenda relinquimus.

Caput quartū de multiplici supparticulari & eius spēbus & ꝑprietatibus.

MVLTIPLEX superparticularis ꝑportio est maior numer9 cōtinēs minorē totū plu1ies & vltra vnā tm̄ ci9 partē aliquotā vt.5.ad.2.nā binari9 pluries cōtinetur ī quario: quia bis & remanet adhuc vnitas q̄ est medietas binarii. Similiter se hñt.7.ad.3.& 9.ad.4.&c. Hui9 gñis hæc vna ponitur ꝑprietas ad nonū librū iordani ꝑtinēs. ꝙ multiplices supparticulares cōtinue nascātur ex īparib9 suo ordine a quinario ꝑcedētib9. Hui9 rō est. quia añ quinariū nullus est nūerus talr̄ excedēs suos minores ꝑcedētes. post quinariū añt cōtinue sequūtur īpares talr̄ ꝑportionabiles ad suos īferiores. Diuiditur añt hoc genus primo ꝑ īfinitas spēs ex ꝑte multiplicis variatas q̄ sunt: dupla superparticularis tripla superparticularis &c. q̄ sic diffiniūtur. Dupla superparticularis ꝑportio est nūerus maior cōtinēs minorē totū bis & vnā eius partē aliquotā vt.5.ad.2.&.7.ad.3.&c. Tripla superparticularis est maior nūerus cōtinēs minorē ītegrū ter & vnā ci9 ꝑtē vt.7.ad.2.&.10.ad.3 &c. Quadrupla suppticlaris ē maior nūe ci9 cōtinēs minorē q̄ter & vnā ci9 ꝑtē aliq̄tā vt.9.ad.2.&.13.ad.3.&.17.ad.4.& sic cōseq̄nter diceretur de oībus aliis spēb9 subalternis. Quarū q̄lib3 iterū diuiditur ꝑ īfinitas spēs specialissimas variatas ex denoīatōe partis aliquotæ: q̄ ꝑcedūt secūdū naturalē ordinē numerorū vt superius dicebatur ī cap.2. hu9 tractat9. sic dicēdo. dupla sesquialtera: dupla sesq̄tertia: dupla sesqq̄uarta &c. Simil'r tripla sesquialtera: tripla sesq̄tertia: tripla sesquiq̄uarta. Itē q̄drupla sesquialtera. quadrupla sesquitertia. quadrupla sesquiq̄uarta &c. quarū spērū diffinitiones ex ꝑximo dictis subalternis: & ex diffinitiōib9 secūdi cap. nuper allegati facile quis colligere pōt. Generātur añt siue īueniūtur nūeri oī3 istarū spērū hac vnica regula obseruata. ꝙ in qualibet spē prim9 comes semꝑ est nūerus denoīatiōis partis aliquotæ. quo duplato vel triplato aut quadruplato secūdū exigētiā speciei subalternæ ꝑpositæ: & unitate superaddita: resultat prim9 dux talis ꝑportōis. ut dupla sesquialtera ꝑcedit ex binario duplato & unitate apposita. ut.5.ad.2. dupla sesquitertia oritur a ternario duplato cū unitate. ut.7.ad.3.& sic de aliis spēbus huius subaltnī. Simil'r tripla sesquialtera fit ex binario triplato cū unitate. ut.7.ad.2. tripla sesq̄tertia ex ternario triplato adiūcta etiā unitate. ut.10.ad.3 tripla sesquiq̄rta ex q̄ternario triplato & unitate. ut.17.ad.4.& sic de aliis speciebus tā subaltnis q̄3 specialissimis fiat ꝑcess9 sine fine. Habitis añt primis nūeris cuiuslibet ꝑportiōis ꝑdictæ ꝑ cōtinuā eorū multiplicationē.i. duplationē triplationē &c. īueniētur secūdi nūeri & tertii & q̄rti in eisdē speciebus ꝑportionū. & sic cōseq̄nter ī īfinitū. & posset qui vellet hic formulas istarū ꝑportionū ex dictis facile describere.

Multiplex supparticularis ꝑportio q̄d sit. Proprietas vnica.

Hui9 gñis species īfinitæ.

Dupla supꝑticularis. Tripla supparticlaris Quadrupla supparticularis.

Spēs iste' subdiuidūt ī alias spēs īfinitas

Modꝰ gñationis earū

Caput quītū de multiplici superpartiente & spēbus & ꝑprietatibus eius.

MVLTIPLEX superpartiēs ꝑportio est numer9 maior minorē totū cōtinens pluries & cū hoc plures ei9 ꝑtes aliquotas eiusdē denoīatiōis ex quib9 nō fit vna ps aliquota. vt.8.ad.3.&.11.ad.4.&c. Hu9 gñis hæc vnica ꝑprietas est. ꝙ multiplices suppartiētes ab octonario pricipiū habēt deīde ꝑ alios nūeros modo pares modo īpares subsequūtur & generātur. Cui9 rō est quia añ octonariū null9 est dabilis nūerus talē ꝑportionē hñs ad aliquē minorē ꝑcedentiū: & tñ post ipm multi & īfiniti sequūtur nūeri ī quib9 hm̄oi ꝑportiōes īueniūtur. Diuiditur añt hoc gen9 tripl'r ī spēs. prīo ī subaltnas īfinitas variatas ex ꝑte multiplicis. vt dupla supptiēs tripla supptiēs q̄drupla supptiēs &c. q̄ sic diffiniūtur. Dupla supptiēs ꝑportio ē nūe9 maior cōtinēs minorē totū bis & plures ꝑtes ei9 aliq̄tas ex qb9 nō fit vna ps aliq̄ta. cōsimil'r diceretur de aliis subalternis sequentibus. Secundo diuiditur q̄libet species subalterna per infinitas species variatas ex nūero partiū. vt dupla superbipartiēs. dupla supertripartiens dupla superquadripartiens &c. Itē tripla supbipartiens. tripla suptripartiens &c. Simil'r quadrupla supbipartiēs. quadrupla suptripartiens &c. quarū speciei ū facile darentur diffinitōes sic Dupla supbipartiens ꝑportio est maior numer9 cōtinens minorē bis & duas ei9 partes aliquotas nō facientes vnā aliquotā. & si excrescerent tres tales ꝑtes est dupla suptripartiēs & si quatuor: dicitur dupla supquadriptiēs. eodē mō diffinirentur aliæ oēs spēs supradi

Multiplex suppartiēs quid sit. Proprietas eius.

Hui9 gñis spēs īfinitæ Dupla suppartiens.

Ei9 spēs īfinitæ.

Dupla supbipartiens

Eius spēs infinite. ctæ. Tertio quælibet proximo dictarū specierū subalternarū diuiditur p infinitas specia-lissimas variatas ex denominationibus partium. vt dupla superbipartiens tertias: dupla superbipartiens quintas: dupla superbipartiens septimas; & cetera. Item dupla supertripartiens quartas. dupla suptripartiēs quintas vel septimas &c. Itē dupla supquadripartiens quītas. vel septtimas &c.

Tripla sup bipartiens Simil'r tripla supbipartiēs tertias. quītas. vel septimas &c. Itē tripla suptripartiēs quartas. vel quītas &c. Itē tripla supq̄driptiēs quītas vel septimas &c.

Quadrupla supbipartiens Simil'r q̄drupla supbipartiēs tertias. vel quītas. vel septimas &c. Itē quadrupla suptripartiēs quartas vel quitas &c. Itē q̄drupla supquadripartiens quītas. vel septimas &c. Quarū specierū diffinitiōes facile ex dictis igeniari possunt hoc mō. dupla supbipartiēs tertias pportio est numer9 maior cōtinens minorē totū bis & duas partes ei9 q̄ sūt duæ tertiæ minoris. vt. 8. ad. 3. & si sunt duæ quīte esset dupla supbipartiens quītas. vt. 12. ad. 5. & si duæ

Dupla sup bipartiens tertias. septimæ: esset dupla supbipartiens septimas. vt. 16. ad. 7. &c. Simil'r diffiniretur aliarū specierū p̄denoiatarū vnaq̄q;. Qui aūt vellet īuenire cuiuslibet speciei ex p̄dictis numeros primos hac vtetatur regula facillima. Cuiuslibet pportiōis multiplicis supparticlētis i specie specialissima. prim9 comes est numer9 denoīatiōis partiū q ultimo pfertur in illa

Mod9 gña[illegible] ceterum. spē: deide si ille dupletur aut tripletur aut q̄druplet ur scꝫ cōditionē speciei subalt'næ primo diuisæ: & tertio tot unitates ad dātur quot9 est numer9 partiū significat9 i specie subalterna scđo loco diuisa: resultat prim9 dux talis pportiōis. vt si pponatur tripla supbiptiēs septimas: prim9 comes est. 7. q' triplato fiūt. 21. & additis duab9 vnitatib9 cōstat. 23. q est prim9 dux talis pportiōis. & sic fiat in oīb9 aliis spēb9 sine exceptiōe. & tūc primis illis numeris duplatis aut triplatis aut q̄druplatis aut aliter multiplicatis pueniēt secūdi & tertii & quarti nūeri in eisdē pportionib9: & sic de aliis multis. Vñ pꝫ mod9 describēdi formulas istarū specierū: si qs vellet eas facere. Sed q̄a multi sunt ipediti & tardi igenio ad faciēdas supdictas pportionū formulas: quas arbitrio eorū reliqnim9 i cap. p̄cedētibus: decreuim9 hic addere quādā nūerorū formā quadratā q̄ oīb9 aliis formulis & factis & faciendis equaleat: atq; i ea oīm pportionū iequalitatis nūeri exēplares valeāt īueniri. q̄ magna forma p lōgitudinē suā a sinistra in dexterā habeat i prima linea naturalē seriē nūerorū ab vnitate. secūda linea sub ea icipiat a binario p cōtinuā ei9 additionē pcedēs. tertia linea icipiens a ternario cōtinue p additionē ei9 pcedit. quarta per quaternarios. quīta per quinarios &c. donec tot fiant lineæ subscriptæ quot sunt numeri in prima linea. sicq; euadet forma quadrata oīm laterū equalium talis.

Longitudo tabulæ.

Latitudo tabulæ

Exēplaris pportionū numeralium

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45	48	51	54	57	60
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60	64	68	72	76	80
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
6	12	18	24	30	36	42	48	54	90	66	72	78	84	90	96	102	108	114	120
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84	91	98	105	112	119	126	133	140
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96	104	112	120	128	136	144	152	160
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108	117	126	135	144	153	162	171	180
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	190	180	200
11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132	143	154	165	176	187	198	209	220
12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144	156	168	180	192	204	216	228	240
13	26	39	52	65	78	91	104	117	130	143	156	169	182	195	208	221	234	247	260
14	28	42	56	70	84	98	112	126	140	154	168	182	196	210	224	238	252	266	280
15	30	45	60	75	90	105	120	135	150	165	180	195	210	225	240	255	270	285	300
16	32	48	64	80	96	112	128	144	160	176	192	208	224	240	256	272	288	304	320
17	34	51	68	85	102	119	136	153	170	187	204	221	238	155	272	289	306	323	340
18	36	54	72	90	108	126	144	162	180	198	216	234	252	270	288	306	324	342	360
19	38	57	76	95	114	133	152	171	190	209	228	247	266	285	304	323	342	361	380
20	40	60	80	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280	300	320	340	360	380	400

In hac igitur forma quælibet linea ad primã cõparata est ꝓportio multiplex. vt secũda
linea ad primã est dupla, tertia tripla. q̃rta q̃drupla. & sic p oẽs spẽs multipliciũ ꝓportio Multiplex
nũ. Itẽ dimissa prima linea, q̃libet aliarũ seq̃ns ad suã ꝓximo p̃cedẽtẽ est supparticularis
ꝓportio. vt tertia ad secũdã est sesquialtera. q̃rta ad tertiã sesquitertia. quĩta ad quartã sesq̃
quarta. & sic d'cĩde p oẽs spẽs supparticulariũ. Itẽ quĩta linea ad tertiã. vel septima ad quĩ Supparticularis
tã. vel nona ad septimã. & sic cõseq̃nter p oẽs ipares: ostẽdeur singulas spẽs supbipartiẽ Suppartiens.
tis ꝓportionis. Simil'r septima linea ad quartã. & octaua ad quintã. & decima ad septimã
&c. declarãt spẽs suptripartiẽtis. Simil'r nona linea ad quintã. & vndecima ad septimã. &
tredecima ad nonã &c. explicãt singulas spẽs superquadripartiẽtis. & sic ꝓcedi põt ad oẽs
spẽs tertii generis q̃ est ꝓportio superpartiẽs. Itẽ referẽdo quintã lineã ad secũdã. vl' sep Multiplex supparticularis.
timã ad tertiã. vel nonã ad quartã. vel vndecimã ad quintã &c. p additionẽ binarii: habe-
bimus oẽs spẽs duplicis supparticularis. Simil'r cõparãdo septimã lineã ad secũdã. vel de
cimã ad tertiã. vel tredecimã ad quartã &c. p additionẽ ternarii: inueniem⁹ oẽs spẽs triplæ
superparticularis. Simil'r si cõparemus nonũ ordinẽ ad secũdũ. & tredecimũ ad tertiũ. &
decimũseptimũ ad quartũ &c. p additionẽ quaternarii: ostendem⁹ oẽs spẽs quadruplicis
superparticularis. & sic cõseq̃nter ꝓcederetur p oẽs spẽs multiplicis superparticularis q̃
erat quartũ gen⁹ ꝓportionis inequalitatis. Tãdẽ ad habẽdas singulas spẽs specialissimas
quĩti generis q̃d est multiplex suppartiens. cõparare oportet alias lineas ad alias ĩ p̃dicta Multiplex suppartiẽs
forma. nã octaua linea ad tertiã. & vndecima. & quartadecima. & decimaseptima. ad eãdẽ
tertiã & sic cõseq̃nter p additionẽ ternarii aliæ multæ: exibẽt nũeros singularũ spẽrũ mul'
tiplicis superbipartiẽtis tertias. vt duplã. triplã &c. Simil'r si ad quintã lineã duodecima &
decimaseptia. & vigesimasecũda: & cæteræ p additionẽ q̃narii referãtur: ostẽdũt oẽs spẽs
multiplicis superbipartiẽtis quĩtas. vt duplã. triplã &c. Simil'r ad quartã lineã referendo
vndecimã. & decimãquintã. & decimãnonã &c. per additionẽ quaternarii: habem⁹ singu Supbiptiens.
las spẽs multiplicis supertripartiẽtis quartas. Simil'r si ad quintã lineã tredecima. & deci Supertripartiens.
maoctaua. & vigesima tertia &c. p additionẽ quinarii: erũt oẽs spẽs multiplicis suptri-
partiẽtis quintas. vt dupla tripla &c. Eodẽ modo si ad septimã lineã decimaseptima: & vi
gesimaquarta. & trigesima prima &c. per additionẽ septenarii: referãtur ostẽdent singl'as
species multiplicis supertripartiẽtis septimas. vt duplam triplam &c. Consimiliter si ad
quintam lineam comparemus quartamdecimam. & decimam nonam. & vigesimãquar- Supquadripartiẽs.
tam &c. per additionem quinarii habebimus singulas species super quadripartiẽtis quin
tas. vt duplam triplam &c. Itidẽ si ad septimam lineam refferatur decimaoctaua. & vigesi
ma quĩta. & trigesima sc̃da &c. p additionẽ septenarii appebũt oẽs spẽs ꝓportõis mul'tipli
cis supquadripartiẽtis septĩas vt duplã triplã &c. Patet ergo q̃ prædicta numerorũ forma
si bene in longũ & latũ augeatur: facile intuentib⁹ demonstrabit oĩm ꝓportionũ etiã spe
cialissimarũ numeros. vnde arguitur maxima ei⁹ vtilitas pariter atq; dignitas. quaprop- Supradicte formæ ꝓprietates. 5
ter nõ indignũ duximus eius notabiles proprietates hic apponere et sunt numero q̃nq;
Prima ꝓprietas q̃ oẽs numeri in hac forma diametraliter aut diagonaliter a primo ãgu 1. ꝓprietas
lo ad tertiũ descendentes sũt numeri quadrati. nã quilibet eorũ resultat ex multiplicatõe
duorũ equaliũ ad inuicẽ de quib⁹ paulo post dicem⁹. Secũda ꝓprietas. q̃ numeros q̃dra- 2. ꝓprietas
tos in hac forma circũdant alii nũeri dicti lõgilateri aut altera pte lõgiores: qui fiũt ex du
ctu nũerorũ inequaliũ sed ꝓximorũ in naturali ordine ad se ipos. Circũdãtes dicũtur nu
meri positi sub et supra vel dextrorsum et sinistrorsum ad aliquẽ quadratũ. vt circa. 9. sũt 3. ꝓprietas
6. et. 12. &c. Tertia ꝓprietas q̃ duplato quotlibet numero quadrato atq; superadditis ei
duobus circũdantib⁹ longilateris: resultat inde alius numer⁹ quadratus. vt duplato qua
ternario supadditisq; binario et senario longilateris fiunt. 16. qui etiã ẽ quadrat⁹. Quar 4. ꝓpri.
ta ꝓprietas q̃ additis duob⁹ q̃dratis ꝓximis simul cũ duplo lõgilateri cõmunis: iterũ re
sultat nũer⁹ q̃drat⁹ vt additis simul. 4. et. 9. cũ duplo senarii fiũt. 25. q̃ ẽ numer⁹ quadra-
tus. Quĩta proprietas q̃ in hac tota forma quadrilatera et ĩ qualibet eius parte quadrata 5. ꝓprietas
duo ãguli oppositi ĩ se ipsos ducti producũt equalẽ sũmã aliis duob⁹ ãgulis oppositis in

se ductis vt semel. 400. est idē qđ vigesies. 20. & ter. 15. faciūt. 45. sicut nouies. 5. similiter septies. 40. sūt. 280. sicut decies. 28. & sic de aliis multipliciter exēplis. Hacten⁹ igit de oib⁹ generib⁹ & speciebus ꝓportiōis maioris inequalitatis, qb⁹ totidē corepōdēt vt dixim⁹ diuersitates minoris īequalitatis: Nā sub multiplicis ꝓportōis spēs sūt sub dupla sub tripla sub q̄drupla & cę. Species subsupticularis sunt subsequialtera subsequitertia subseqq̄rta &c. Species subsuppartiētis ꝓportiōis sūt subsupbipartiēs subsuptripartiēs subsupquadriptiēs &c. Species submltiplicis supparticularis sūt sub dupla sesqaltera: sesqtertia: sesquiq̄ta &c. itē subtripla: sesqaltera: sesquistertia &c. itē subq̄drupla sesqaltera sesquitertia &c. Species vno submultiplicis suppartiētis sūt subdupla supbipartiēs suptriptiēs: supq̄dripartiēs &c. itē sub tripla supbipartiēs suptripartiēs &c. itē sub q̄drupla supbipartiēs suptripartiēs supq̄driptiēs &c. & q̄libet istarū specierū diuiditur ad huc p̄ īfinitas secundū varias denoīatiōes partium: sed hæc oīa statim cuilibet nota sunt.

Minoris inequalitatis spēs nominantur.

Caput. 6. de origine proportionum inēqlitatis ab æqualitate.

Cōparatio proportionum.

POST p̄missa cōsideratiōe dignū videtur ondere quō oēs īequalitatis species ab æqualitatis primordiis ꝓcreātur. noticia. n. cōparatiua specierū alicuius generis post noticiā singularē earūdē multū cōferre solet ad clariorē īparū ītelligentiā: queadmodū porphiri⁹ circa pdicabilia fecisse cōperitur: post singulorū declaratiōes addēs quiq; p̄dicabiliū cōparatiōes. Q̄ āt oīs inequalitas ab æqualitate ꝓcedat rationabile est. sicut. n. vnitas se habet ad nūeros oēs: sic se habet æq̄litas ad ꝓportiōes oēs: quia aliarū oīm origo est & mr̄. deīde inter genera īequalitatū etiā ordo origīs odseruatur. quia īequalitatū prīa ē multiplicitas: ex qua īmediate oritur supparticularis: deīde ex superparticulari superpartiēs: itē ex superparticulari multiplex superparticularis. deniq; ex superpartiēte multiplex superpartiēs. Sed hoc est ītelligēdū obseruato tali ordīe: quod ex prima specie generis p̄cedētis: ꝓcreatur prīa species generis subsequentis. & ex secunda secunda. & ex tertia tertia. & sic de aliis: quod verū est in oib⁹ generibus ꝓportionū sese cōsequētibus ordine subpposito. ergo de prīo ad vltimū per media cōtinue ordinata: ex æqualitate oritur oīs īequalitatis species. Pro ista aūt successione origīs ꝓportionū hæc vnica regula & infallibilis sufficere potest. q̄ descriptis tribus æq̄lib⁹ numeris qbuscūq; in vna serie: subscribatur nūero primo alius nūerus sibi æq̄lis. deinde sub secūdo superiore scribatur nūerus alius cōpositus ex primo & secundo superioribus deniq; sub tertio æqualiū scribatur alius numerus aggregatus ex primo equalium & ex secundo duplato & ex tertio simplici. per talem ergo modum subscribendi ex tribus æqualibus crescūt alii tres in ꝓportione dupla continuati: & ex tribus duplis simili mō subscriptionis: oriūtur alii tres in proportione tripla sese consequentes. & ex tripla quadrupla & sic cōsequenter per oēs multiplices. vt clare ostendere pōt hæc forma.

Ordo proportionum

Origo proportionū ordinata.

1.	1.	1.
1.	2.	4.
1.	3.	9.
1.	4.	16

Origo multiplicium.

Similiter permutato ordine numerorū multipliciū: itaq; maiores numeri prescribātur minoribus p eandē artē subscribēdi ex dupla ꝓportōe triū nūerorū cōtinua oritur sesquialtera. & ex tripla sesqtertia: & ex q̄drupla sesqquarta. & sic p oēs alias spēs supparticulariū ꝓportionū erit cōtinua gn̄atio ex multiplicibus: vt hic.

Origo superparticularium.

4.	2.	1.	9.	3.	1.	16.	4.	1.
4.	6.	9.	9.	12.	16.	16.	20.	25

Item permutato ordine superparticularium proportionum oriūtur suo ordine singulæ spēs superpartiētiū proportionū. vt ex sesquialtera supbipartiēs. & ex sesquitertia suptripartiēs &c. vt p; hic

Origo superpartientiū.

9.	6.	4.	16.	12.	9.	25.	20.	16.
9.	15.	25	16.	28.	49	25.	45.	81.

Eodem modo subscribendi ex superparticularibus non permutatis sed ordine suæ originis descriptis: nascuntur multiplices superparticulares seriatim. vt ex sesquialtera dupla sesquialtera. & ex sesquitertia dupla sesquitertia &c. vt clare ostendit hæc forma.

Origo multiplicis superparticularium.

4.	6.	9.	9.	12.	16.
4.	10.	25	9.	21.	49

Tandē ex superpartiētibus numeris eo ordine quo geniti sunt descriptis: per eādē artē subscribēdo ꝓcedūt multiplices superpartiētes singulas spēs singlis cōparando. itaq; ex superbipartiēte nascitur dupla superbipartiens: & ex supertripartiente dupla supertripartiens &c. vt hic per tria exempla.

Origo multiplicis superpartientiū.

9. 15. 25. | 16. 28. 49. | 25. 45. 81. | Relinquitur ergo ex dicto processu veram
9. 24. 64 | 16. 44. 121. | 25. 70. 196. | esse regulā supradictam de continua origi

ne proportionum ab equalitate vsq ad vltimam inequalitatem.

Caput. 7. de resolutione oīm ꝓportionū īequaliū vsq ad equalitatē.

QVIA vero sicut in naturalib⁹ ita & ī mathematicis oīs res ex quib⁹ cōponitur in eadē resoluitur: cōsequēs ergo erit oēm īequalitatē ꝑ cōtinuas reductiones vsq ad equalitatē ꝑducere: quaten⁹ fortiori argumēto certissimū relinquatm⁹ qđ de primatu equalitatis ad oēm aliā ꝓportionē ꝓlibauimus. Et in hac ꝓportionū reductiōe eadē via eisdēq passib⁹ sicut ꝓgressi sumus regrediemur. s. vnāquāq ī equalitatis ꝓportionē ad eā reducēdo: a qua ꝓcesserat ꝑ doctrinā capituli ꝓcedētis. hanc vero ꝓportionū resolutionē etiā vnica hac regula cōprehendimus. ꝙ descriptis trib⁹ numeris īequalib⁹ in qualibet ꝓportiōe colligatis: si primo numero subscribatur ali⁹ sibi equalis. & secūdo supponatur residuū subtractiōis primi a secūdo supiore: sub tertio vero numero scribatur ille numerus qui remanet subtractis primo simplici & secundo inferiore duplato a tertio superius descripto: per hanc ergo artem subscribendi proportio dupla reducetur ad equalitatē: & tripla ad duplā: & quadrupla ad triplā: vt pꝫ hic. 1. 4. 16 — *Modus resolutiōis ꝓportionum* — *De multiplici.*

In ꝓportionib⁹ vero supparticularib⁹ sesqaltera resoluitur ī duplā: & sesqtertia 1. 3. 9. ī triplā: & sesquiqrta ī qdruplā. vt clare ondēt exēpla supioris cꝑ. reppetita vt hic. 1. 2. 4 — *De superparticulari*

4. 6. 9. | 9. 12. 16. | Similiter in proportionibus superpartientibus re 1. 1. 1.
4. 2. 1. | 9. 3. 1. | ducuntur omnes species ordinate ad superparticulares vt su — *De suppartiente*

perbipartiens ad sesquialteram. supertripartiens ad sesquitertiam & cetere. vt hic.

9. 15. 25. | 16. 28. 49. | Pariformitet multiplices supparticulares resoluūtur ordīate
9. 6. 4. | 16. 12. 9. | ad supparticulares a quib⁹ oriebātur. s. dupla sesqaltera: ad ses — *De multiplici superparticulari*

quialterā: & dupla sesquitertia ad sesquitiā: & sic de aliis vt mōstrāt exēpla sequentia.

4. 10. 25. | 9. 21. 49. | 16. 36. 81. | Postremo singulæ species multiplicium su
4. 6. 9. | 9. 12. 16. | 16. 20. 25 | perpartientium resoluuntur per eandem ar — *De multiplici superpartiente.*

tem ad species superpartientium a quibus oriebantur. vt dupla superbipartiens ad superbipartientem. & dupla supertripartiens ad supertripartientem & cetera. vt hic.

9 24. 64. | 16 44. 121 | Patet ergo quā vniformiter se habet in ꝓportionibus: si
9 15 25 | 16 28 49 | ue ꝓgressus ab æqualitate: siue regressus ad eādē ꝑ grad⁹

medios inter extrema: q̄ sūt pria æqualitas & maxima īeqalitas si esset dabilis ī nūeris. — *Dubiū de ordine ꝓportionum supradicto.*

Quia tamē ordo supradictus faciens ꝓportiōes multiplices ꝓximiores æqualitati tam ī ꝓgressu ꝙ ī regressu: videtur ratiōi cōtrari⁹: (quia maiores īeqalitates sūt multiplices ꝙ supparticulares. vt duplā ꝙ sesquialtera & tripla ꝙ sesqtertia &c. ideo videtur magis ab æqualitate distare ꝙ supparticulares.) ad satisfaciēdū huic dubitationi dabim⁹ aliam regulā de origine & resolutiōe ꝓportionū inequaliū ad æq̄litatē: quātū ad multiplices & supparticulares dūtaxat: de aliis aūt nō curabimus. Regula hæc est. oīs ꝓportio duorū extremorū nūerorū ad inuicē cōponitur ex ꝓportiōib⁹ illorū extremorū ad mediū vel ad media īter eos reppribilia. ideoq illa ꝓportio ē maior qualibet istarū sicut totū sua parte: ac perinde illa ē remotior ab æqualitate ꝙ iste partiales: Et quia īter nūeros ꝓportionis multiplicis sēp est dabile mediū hñs ꝓportionē supparticularē vnā vel plures ad nūeros extremos: ideo ꝓportio multiplex resoluitur in supparticularē tanq in priorē se. — *Alius ordo multiplicis et supparticularis.* — *Prima regula.*

Modus etiā istius resolutiōis talis est ꝙ ꝓportio dupla (exceptis binario & vnitate) semper est resolubilis ī duas prias supparticulares q̄ sūt sesquialtera & sesquitertia. quia sēp īter extrema duple ꝓportionis ēst dabilis aliquis nūerus medi⁹ ad vnū extremū sesquialter & ad aliud sesquitertius. vt inter. 2. & 4. est ternarius sesquialter ad. 2. & subsesquitertius ad. 4. & ita in oībus aliis duplis īfallibiliter. In aliis vero multiplicibus q̄libet sequēs species resoluitur in ꝓcedentē multiplicē & in illā supparticularē q̄ a tali multiplici nascitur secundū regulā ꝓcedētis capituli. vt tripla resoluitur in duplā & sesquialterā. & quadrupla in triplā. & sesquitertiam & sic de aliis quia inter oīa extrema triple ꝓportionis dabi — *.2. regula*

le est mediũ tales ꝓportiões obseruans ad extrema vt inter .3.&.1. ponitur binarius du-
plus ad vnitatē .& subsequialter ad ternariũ. & inter .4.&.1 q̄ sunt extrema q̄druple pro
portiõis: cadit ternarius triplus ad vnitatē: & subsequitertius ad quaternariũ. eodē mo-
Incidēs ad ꝓpositum. do ꝓcederetur in oĩbus aliis exēplis istarũ & aliarũ ꝓportionũ multiplicũ. Hic fecisse-
musꝰ finē tractui de ꝓportiõibꝰ nũeralibꝰ & toti prĩo nr̃æ ĩtroductiõis arithmeticæ libro:
nisi quorũdã musicorũ & platonicorũ dubitatio freqnens absolui posset ex p̄dictis. q̄rũt
eni sepiꝰ ꝓposito aliquo numero quot nũeri supparticulares possint cõtinue ad illum se
Questio qui in data speciæ illiꝰ generis: vt post binariũ quot possunt dari sesquialteri cõtinue se
cõsequentes:& post ternarium quot sesquitertii.& post q̄ternariũ quot sesquiquarti & c.
Solutio. Huiꝰ questiõis solutio ex doctrina pcedentis capituli pendet vbi dictũ est ꝙ ex qualibet
spēie ꝓportiõis multiplicis ꝓcedit aliqua species ꝓportiõis supparticularis ordine debi
1.regula. to. vt ex dupla sesquialtera. ex tripla sesquitertia. ex q̄drupla sesquiq̄rtia & c. Nũc ãt ex il
la doctrina duo sequũtur ad p̄missã q̄stionē respõsiua: primũ est ꝙ post numerũ qui nul
li est duplꝰ nullꝰ sequitur sesquialter. quia talis nõ habet medietatē. & post numerũ qui
nulli est triplꝰ nullꝰ datur sesquitertiꝰ: eadē ratiõe quia ille nõ babet tertiã ptē. & simili
2.regula ter post numerũ.qui nulli est quadruplꝰ nõ datur aliquis sesquiquartꝰ.& c. Secũdũ est ꝙ
post aliquē numerũ duplũ tot sesquialteri cõtinue subsequũtur: quotꝰ ille fuerit inter du
plos sup aliquã radicē nõ duplã.& tot sesquitertii quotus numerꝰ datꝰ fuerit ĩter triplos
sup radicē nõ triplã.& tot sesquiq̄rti quotꝰ fuerit numerus datus inter quadruplos super
1.exēplum radicē nõ quadruplã & sic de aliis hmõi nũeris infallibiliter. Vt sup vnitatē q̄ ē radix nul
li dupla: primꝰ duplꝰ est binariꝰ .post quē vnꝰ tãtũ reperitur sesquialter. s. ternariꝰ. scd̃s
duplꝰ est quaternariꝰ cõtinuatꝰ post binariũ. ad quē sequũtur duo sesquialteri. s. 6.&.9.
tertiꝰ duplꝰ est octonariꝰ ad quem sequũtur tres sesquialteri. s. 12. 18.&.27 & sic de aliis
in infinitum .Eodē mõ posset quis ꝓcedere in nũeris duplis sup ternariũ. sup quinariũ
2.exēplum & sup septenariũ. & c. q̄ sũt radices nõ duplæ. Itē sup vnitatē q̄ nulli ē tripla primꝰ triplꝰ
est. 3. post quē vnꝰ tantũ datur sesquitertiꝰ. s. 4. secundꝰ triplꝰ est. 9. post quē reperiũtur
duo sesquitertii. s. 12.&.16. tertiꝰ triplꝰ est. 27. post quē dabiles sunt tres sesquitertii. s. 36
48.&64.& c. in infinitũ. eodē mõ posset quis ꝓcedere in numeris triplis sup binariũ. q̄-
ternariũ. quinariũ.& alios qui sunt radices nõ triplæ. Item sup vnitatē q̄ nulli est quadru
pla primꝰ quadruplꝰ est. 4. quē sequitur vnꝰ tãtũ sesquiquartꝰ. s. 5. scd̃s quadruplꝰ est. 16
qui habet post se duos sesquiquartos. s. 20.&.25. tertiꝰ quadruplꝰ est. 64. qui post se ha-
bet tres sesqquartos . s. 80. 100&.125.& c. in infinitum. eodem modo posset procedi sup
binarium. ternarium.& quinarium.& alios qui sunt radices non quadruple. predictorũ
sequuntur exempla tria. s. in sesquialteris sesquitertiis & sesquiquartis.

1.	2.	4.	8.
An	3.	6.	12.
	gts	9.	18.
		res.	27

1.	3.	9.	27.
An	4.	12.	36.
	gula	16.	48.
		res.	64.

1.	4.	16.	64.
An	5.	20.	80.
	gula	25.	100.
		res.	125.

Harũ formarũ duæ sunt
duæ ꝓprietates.2. notãdæ ꝓprietates. Prima
ꝙ qualis ē proportio mul
tiplex numerorum prime
lineę superioris in qualibet figura: talis est & oĩm aliarũ linearũ sub ea descriptarũ. vt in
1.propri. pria figura est ꝓportio dupla in oibꝰ suis lineis. ĩ secunda figura ꝓportio tripla. in tertia
quadrupla. Secũda ꝓprietas ꝙ nũeri ãgulares in qualibet dictarũ figurarũ hñt sola vni-
2.propri. tate maiorē multiplicitatē q̄ nũeri linearũ p̄dictarũ. vt angulares prime figure sunt tri
Epilogus. pli. in secũda quadtupli. in tertia quitupli.& sic de aliis oĩbus. Satis ergo fuerit ex pleno
discursu oĩũ ꝓportionũ nũeraliũ(qui oẽs sũt termini de p̄dicamēto ad aliquid sub illo
genere sub alterno q̃d alias ĩposuimꝰ sic dictũ ad aliquid scd̃m quãtitatē & in duas speci
es æquale & inæquale stati diuisimꝰ) puenisse vsq; ad cõtinuationē pluriũ ꝓportionum
eiusdē speciei in tribꝰ aut quattuor aut pluribꝰ numeris sese cõsequētibꝰ. q̄ cõtinuatio ꝓ
portionalitas appellatur. de qua & speciebꝰ suis ac ꝓprietatibꝰ in sequẽti libro secũdo di
Digressio notanda. cturi sumꝰ. Sed in fine huiꝰ libri primi.(ne doctrina ista de ꝓportiõibus videatur oĩno
arida & inutilis:)cõmẽorabimus ea q̄ sanctus augustinꝰ pictagoricã simul & platonicã

imaginationē sequens ĩ diuino illo opusculo suo de vera de religiōe secreta philosophica pandit. dicens auctoritate hilarii ꝙ ĩ patre est vnitas: in filio æqualitas: & in spiritu sancto vnitatis æqualitatisꝗ connexio: in creaturis autem oībꝰ inæqualitas. In æqualitati.ꝗ va- *Pater deꝰ vnitas. Filiꝰ æqualitas.* rie species reperiuntur: quia solus dei filius cū spiritu sancto ab vtroꝗ ꝓcedente sic genitus est a patre suo: vt esset vera & ꝓpria imago inuisibilis dei primogenitꝰ ante oēm creaturam: vt Paulus apostolus dicit: est enī splēdor patris & figura substātiæ eius adæquans paternā ꝑfectionē ĩ omnibꝰ essentialibꝰ perfectiōibꝰ. quibus duobꝰ per oīa etiā similis ē spiritus sctūs adequās sui pricipii a quo ꝓcedit ꝑfectionē. ideo nimirū ponitur vnitatis æqlitatisꝗ cōnexio: diciturꝗ nexus āborū se ꝓducentiū. *S. de sancta cōnexio vel proportionalitas.* Creaturæ vero sic ꝑticipāt diuinas ꝑfectiōes: ꝙ nō adequātur ꝑsonis diuinis a quibꝰ ꝓcesserūt: sed lōge ab eis distāt inequaliter. vnde nō imagines sed vestigia diuinæ trinitatis esse dicūtur. & si quādo nomē imaginis sacræ litteræ ad creaturas trāsferūt: in obliquo nō in recto illud ponūt ad significādā. s. inæqualitatē. tale est illud genesis primo faciamꝰ hoīem ad imaginē & similitudinē nr̄am. & illud ezechielis de āgelo apostatāte a deo: tu signaculū similitudīs ĩquit dei. &c. *Creatura inæqualitas. diuersi gradus creaturarum.* Et sicut imaginatōe pictagorica eēntiæ creaturarū speciebꝰ nūerorū assimilate sunt: quia gradati ĩ suis ꝑfectiōibꝰ ꝓcedūt: sic eadē via speciebus ĩæqualita ĩi diuersis cōparari possūt: quarū q̄dā ꝓpius aliæ vero remotiꝰ accedūt ad æqualitatē diuinarū ꝑsonarū. semp tamē (vt aurelius ibidē doctor ꝓsequitur) creaturarū ĩæqualitas ad diuinā æqualitatē quātū est possibile nititur tendere. vt pote quia oīs ista ĩæqualitas ab illa sūma æqualitate ꝓcessit: ideo nimirū si in eādē sit iterū resolubilis: quia vniuersa ꝓpter semetipsū operatꝰ est deꝰ. *Creaturæ inæqualitas est a diuina et tunc ad eāꝗ reducitur.* Hīc fit ꝙ hoībus ex inclinatiōe naturali cōuenit vt nihil placeat in creaturis: quod nō aliquomō imitetur illā sūmā æqualitatē q̄ est dei filius: quo verbo dei facta sunt oīa. *Exēplū de fenestris inæqualibus.* Et adducit augu. ibi exēplū de fenestris arcualibꝰ q̄ si duæ solæ inæquales iuxta se ipsas posite sint: statī intuitū aspicientiū offendūt displicentꝗ hoībus: ꝓpter deffectū æqualitatis q̄ nulla est. si vero tres tales vel plures fenestræ simul ponātur gradatī ĩæquales: vel duæ laterales miores iuxta mediā maiorē: statī placet illa structura fenestrarū: quia ibi est aliquod vestigiū æqualitatis. Nā inter fenestras inæquales sunt ꝓportiōes æquales. s. relatis extremis ad mediā. Hoc inquit nullus artificū quātūcūꝗ ingeniosus aduertit in edificiis talibus: quia decūbit ĩclinaris ad terrā oculis: nec vnde res pendeat e cœlo videt: sed tantū si ꝑcōtetur respōdet: sic deberi fieri fenestras: quia sic habet ratio artis hædificatoris & nō aliter: & si c hædificia pulcra sunt & nō aliter: ideo sic facta placēt & aliter facta displicent. Multaꝗ alia notatu dignissima in ꝑdicto opusculo ad ꝓportiōes & formas nūerorū ꝑtinētia sctīssimꝰ ille vir diuinitate plenꝰ latissime ꝓsequitur. vnde conueniens est vt ad foras numerorū & ad ꝓportionalitates trāseamꝰ. Primi libri arithmeticæ finis. *Conclusio primi libri arithmeticæ.*

Liber secundus itroductiōis arithmetice de formis

nūeralibꝰ atꝗ de ꝓportionalitatibꝰ eorū. habet igr̄ duos tractatꝰ sicut ꝑcedens liber.

Tractatus primus de numeris habentibus similitudinē figurarū geometricarū quæ propriæ formæ numerorum dicuntur. habet capita tria.

Caput primum de numeris linealibus & superficialibus.

Quantitas discreta uel numerus licet variā rationē habeat a continua quātitate: sitꝗ genus subalternū quātitatis ab ea distinctū: hæc tn̄ duo genera hn̄t magnā ĩter se cōuenientiā in multis ꝓprietatibꝰ vt in ꝓportiōibꝰ: ꝓportionalitatibꝰ: diuisiōibꝰ: partibus aliquotis & aliis m̄ltis q̄ tn̄ nō æque prīo m̄ltitudini & magnitudini cōueniunt: sed prius ꝑfectius & simplicius multitudini: deīde ꝑ attributionem ad eā cōuenire ꝓbātur magnitudini. s. secūdū aliquā rōnē nūeralē. *Cōparatio numeri & quātitatis.* Horū oīm argumentū clarissimū ē figura que vtrisꝗ quātitatibꝰ cōis ē. nā & numeri æque atꝗ superficies & corpora figurabiles sunt. sed nūeri puriꝰ & simpliciꝰ: nā eūdem nūerū cōtingit simul linealē superficialē & solidū esse: ĩmo circularē & quadratū cubicū & sphericū vt. 64. q̄ oīa nul- *Figura ꝓprie communis corp*

la eadẽ superficies nullũq; idẽ corp⁹ simul hrẽ põt. Igitur postq̃ de aliis ꝓprietatib⁹ tñ ab solutis tũ relatiuis dictũ est: cõseq̃ues erit vt etiã de figuris numerorũ diseram⁹. Sed discre tõis grã has cõditiões i nũeris formas vocabim⁹: i magnitudinib⁹ vero figuras. ad hũc eñ sensũ verissime exponitur q̃rta spẽs p̃dicamẽti q̃litatis apud aristotelẽ: q eã disiũcto vocabulo formã vel figurã appellauit. p formã numeralẽ descriptionẽ significãs: p figurã vero magnitudinis terīationẽ. vñ rõne pri⁹ dicta formã ꝓtulit figuræ. Est igitur forma numeri talis dispositio vel nũer⁹ talr̃ disposit⁹: vt figuræ geometricæ similitudinẽ gerat. vt qñ aliquis nũe1⁹ vocatur triãgularis q̃drãgularis aut circlaris &c. vñ cõstat oẽs tales terminos ad quartã spẽm q̃litatis ptinere: & ꝓprias passiões cẽ nũerorũ: quorũ gña & spẽs sunt de p̃dicamẽto quãtitatis. nã in hac p̃dicatiõe ternari⁹ est triãgulus. nouenari⁹ est quadratus. vigesim⁹ quitus est circul⁹. & sic de aliis. p̃dicatur ꝓpriũ p̃dicabile de suo subiecto

Quarta species qualitatis est forma vel figura.

Forma numeralis q̃d sit.

Numeralis formæ tria sũt gña subalterna hæc. forma linealis. superficialis. & solida. & q̃a in his sicut in superiorib⁹ cõcretũ & abstractũ sinonima sunt: has formas diffiniẽtes dicimus. Linealis nũerus est qui ab vnitate exordiũ sumẽs: p cõtinuã vnitatis additionẽ ꝓcedit crescẽdo. & talis est oĩs nũerus siue par siue ipar. vt. 2. 3. 4. Dicitur aũt linealis nũerus ad similitudinẽ lineæ geometricæ: q̃ imaginariæ lic3 nõ realr̃ dicitur fieri ex cõtinuo fluxu pũcti: sic & nũeri singuli ex cõtinuo fluxu vnitatis resultãt. Et debẽt scribi nũeri lineales p singulas vnitates suas i vna serie dispositas ad modũ lineæ. itaq̧ tot pũctis scribatur nũerus quilibet linealis quot vnitates habet: nõ aũt tot⁹ nũerus simul vno solo caractere vt hacten⁹ fiebat: vt binari⁹ sic .. ternari⁹ sic. . . quaternari⁹ sic .... Iste eni ẽ naturalis modus scribẽdi nũeros: nã illos caracteres nũerales ars hũana iuenit nõ natura. Hu1⁹ primi generis formæ nũeralis ifinitæ sũt spẽs tot. s. quot positæ sũt spẽs specialissimæ nũerorũ. & noĩantur sic. linealis duarũ vnitatũ. linealis triũ vnitatũ. linealis quattuor vnitatũ &c. sed de his satis: quia sicut apd̃ geometras linea quãtũcũq; terĩata suis extremis nõ dicitur figura neq; ei⁹ ꝓprietates demõstrãt: sic apud arithmeticos parua est cura de nũeris linealib⁹ nullasq; eorũ ꝓprietates demõstrãt.

Formæ species tres. Linealis forma q̃d sit. Nũere dicatur linealis.

Formæ lineales species infinitæ.

Superficialis forma q̃d sit.

Superficialis nũerus est qui p suas vnitates i plana superficie descript⁹ lõgitudinẽ & latitudinẽ h3: vt senari⁹ sic scripi⁹ : : : Et sicut i geometria ex fluxu lineæ i seipam vel in aliã imaginatur fieri supficies: vt h3 Euclides in secũdo libro: sic i arithmetica ex ductu vel ex additiõe nũeri linealis ad seipm vel ad aliũ numerũ linealẽ ꝓducitur nũerus supficialis. vt ducto binario in seipm ꝓducitur quaternari⁹: nã bis duo sũt quatuor qui est nũe1⁹ supficialis. similr̃ addito binario ad ternariũ fit quinari⁹ superficialis nume1⁹. ducto etiã binario i ternariũ ꝓducitur senari⁹ supficialis nũerus. & sic de aliis. Vñ p3 rõ quare talis forma nũeri dicatur supficialis. tũ quia ꝓducitur ex lineali ad linealẽ vt supficies i geometria. tũ quia p suas vnitates descript⁹ lõgitudinẽ & latitudinẽ exhib3 admodũ superficiei geometricæ s3 altitudinẽ nõ h3 de qua in nũeris solidis dicem⁹. Diuiditur aũt superficialis aut plan⁹ nũerus p ifinitas spẽs a ternario initiũ sumẽtes. hæ sunt: triãgularis: quadrangularis: pẽtagon⁹: exagon⁹ &c. & tandẽ circularis nũerus. Binarius eñ nõ põt cẽ nũerus supficialis: tũ quia ex solo fluxu vnitatis ꝓcedit admodũ lineæ. tũ quia quomodocũq; scribãtur suæ vnitates p singula pũcta: solã lõgitudinẽ h3 & nullã latitudinẽ.

Formæ superficialis species infinitæ

Triãgularis nũerus ẽ qui p suas vnitates certo mõ descript⁹ i plano tria latera eq̃lia mõstrat: vt hic .·. Hu1⁹ gñis etiã sũt ifinitæ spẽs: q̃ sic noĩãt triãgulus hñs vnã unitatẽ in quolibet latere. triãgul⁹ hñs duas unitates in quolibet latere deide tres & quatuor &c p naturalẽ seriẽ numerorũ. q̃ oẽs spẽs facile iueniẽtur p cõtinuã additionẽ nũerorũ naturalis ordinis nullo dimisso. Vñ prim⁹ triangulorũ est unitas nõ quidẽ realr̃ & in actu (cũ ipa nõ sit nũerus supficialis: imo neq; linealis: sed solũ pũctualis) sed est triãgulus solũ in potẽtia: & eadẽ rõne in oĩm formarũ superficialiũ gñib⁹ ipa unitas primũ locũ obtinebit: nocabiturq; prim⁹ quadrat⁹ prim⁹ pẽtagon⁹ &c. hñs. s. unã vnitatẽ in quolibet latere. dimisso ergo hoc primo triãgulo. Secũdus est ternari⁹ ꝓduct⁹ ex aggregatiõe vnitatis & binarii: vñ & duas vnitates h3 i quolibet latere. Terti⁹ est senarius p̃dictis duob⁹ addẽs ternariũ. & tres vnitates hñs i quolibet latere. Quartus est dena

Triãgularis forma q̃d. Triangularis formæ species.

Inuentionum nũerorũ huius formæ

rius p additionē q̄ternarii ad p̄cedētes: h3q3 q̄tuor unitates ī q̄libet latere. & sic de aliis. Qua
drāgularis nūer9 ē q p suas vnitates sparsi descript9 q̄tuor lat̄a ośdit: vt : : Hu9 gn̄is sūt duæ Quadrā gulare for ma qd sit.
spēs subalternæ p̄cipue: s3 nūer9 q̄drat9 & nūer9 altera pte lōgior: q̄drat9 nūer9 est qui oīa q̄=
tuor latera eq̄lia h3. & diuidit̄ p īfinitas spēs sicut & triāgul9 variatas ex nūero unitatū q̄ sūt Quadrata forma.
in quolibet latere. s. vna. duæ. tres. q̄tuor &c. Altera pte lōgior nūer9 est qui nō h3 oīa latera Altera pte longior.
eq̄lia s3 lōgitudinē h3 latitudine maiorē. & si sit excessus ī sola vnitate dr̄ nūer9 alt̄a pte lōgi
or: vt : : : eoq3 alterū dr̄ de duob9 quorū vnū īmediate sequitur ad aliū: si aūt ī duab9 aut plu
rib9 unitatib9 sit laterū dr̄ia: dr̄ ātelōgior. i. valde lōgior: estq3 forā irregularis de q̄ aritbmeti
ci nō curāt. Generātur aūt nūeri quadrati oēs ex naturali serie nūerorū p additionē vno i
tercalariter dimisso cōtinue. vt vnitas ē prim9 q̄drat9. 1. ī potētia. cui si addatur ternari9 fiūt Inuētio q̄dratorū nūe rorū p addi tionem
4. secūd9 q̄drat9: hn̄s duas vnitates ī q̄lib3 latere. deide addito q̄nario fiūt. 9. terti9 q̄drat9 tri
umq3 vnitatū ī q̄libet latere. & sic cōseq̄nter p alios q̄dratos de quib9 supi9 data ē alia regl̄a
gn̄atiōis eorū p multiplicationē cuiuslib3 nūeri ī seipm. vbi etiā nūeros altera pte lōgiores: Inuētio al tera pte lō
q̄s vocabam9 lōgilateros: p multiplicationē nūerorū p̄ximorū ī naturali ordine īuenire do
cuim9. Pentagon9 vl̄ quiq̄āgulus nūer9 est q supficiali descriptiōe p singulss vnitates ī pla Pētagona forā q̄d sit
no descript9 quiq3 latera eq̄lia cōtinet. eiusq3 spēs īfinitæ gn̄antur p additionē ex naturali se
rie nūerorū cōtinue duob9 dimissis. vt addita vnitate ad quaternariū fiūt. 5. nūer9 pētagon9
quib9 si addātur septē fiūt. 12. terti9 pētagon9: & sic de aliis. Exagon9 vl̄ sexāgul9 nūer9 est
qui eodē mō vt supiores descript9 sex eq̄lia latera exhibet. Gn̄anturq3 ei9 spēs ex naturali se Exagona forā q̄d sit.
rie nūerorū trib9 dimissis. eptagoni q̄tuor dimissis. octogoni quiq3 dimissis &c. Circularis Circularis forā q̄d.
nūer9 ē q ex aliquo nūero ī seipm ducto p̄duct9: in eūdē nūerū desint a q̄ p̄ducebatur. & se
h3 admodū circuli ī geometria cui9 finis reddit ad pricipiū. tales nūeri ex q̄nario & senario
Triāguli. 1. 3 6. 10. 15. 21. 28. solū oriūtur vt. 25. & 36. Seq̄tur descriptio oīū istarū spērū sil'.
Quadrati. 1. 4. 9. 16. 25. 36. 4 9. Sūt aūt p̄dictarū spērū foræ supficial' nūerorū p̄prietates Supficiali uniformarū p̄prietates
Alt̄a pte lōgiores. 2. 6. 12. 20. 30. multæ: s3 earū notabiliores hæ sūt. Pria ē q̄ in etito oīū 1. p̄prietas
Pētagoni. 1. 5. 12. 22. 35. 51. spētū istarū triāgularis nūer9 ē pria quia gn̄atiōib9 & resolu=
Exagoni. 1. 6. 15. 28. 45. 66 tōib9 aliarū semp est necessari9. nā oēs foræ nūerorū sibi p̄xie
Eptagoni. 1. 7. 18. 34. 55. &c. si primū prio & secūdū scd̄o: & sic deīceps nūeros cōparaue=
Circularis nūeri. 1. 25 36. ris: triāgularib9 nūeris sese superaut. ergo ex triāgulis gn̄antur
ītriāgulosq3 resoluūtur. vt prim9 triāgul9 ternari9 differt a prio quadrato p vnitatē q̄ ē triā
gulus. & secūd9 triāgulus senari9 differt a scd̄o quadrato nouenario p ternariū q̄ ē triāgul9
& terti9 triāgulus. s. 10. supatura tertio q̄drato. 16. p senariū q̄ est triāgulus: & sic de aliis seq̄n
tib9. Eadē cōpatio erit īter primū quadratū & primū pētagonū. iter s3 & s̄m. iter tertiū & ter
tiū: & sic de aliis q̄a eisdē triāgulis differūr. s. vnitate. ternario. senārio &c. Simil'r p̄nt cōpari
pētagoni ad exagonos. & illi ad eptagonos. & sic de aliis. Sicut etiā ī geometria triāgulus est
pria figuratū supficialiū excepto circulo: q̄a duæ rectæ lineæ q̄ātūcūq3 applicatæ ad āgulū nō
pficiūt figurā. vn̄ oēs aliæ figuræ geometricæ ex triāgulis fiūt ī triāgulosq3 resoluūtur: vt a
lias videri h3. Scpa p̄prietas q̄ q̄lib3 forā nūeri supficialis p additionē nūerorū naturalis or
dinis eomō q̄ p̄diximus gn̄ata: tot vnitates h3 ī q̄libet latere suæ descriptiōis ex quot nūeris 2. p̄prietas
aggregatis gn̄ata est. vt ternarius aggregatur ex vnitate & binario. iō duas vnitates h3 ī quo
libet latere triāgulari. senarius seq̄ns tres vnitates q̄a ex tribus aggregatur. s. vnitate binario
& ternario. & sic de aliis. Eadē rō est de quadratis: nā q̄ternarius h3 duas vnitates i quolib3 la
tere: q̄a ex duobus nūeris aggregatur. vnitate. s. & ternario. nouenarius h3 tres: q̄a tres nūe
ros aggregat ī sua gn̄atōe supaddēs duobus primis q̄nariū. Pariformit' se hn̄t nūeri pētago
ni ī suis lateribus. nā q̄nārius aggregatus ex vno & q̄tuor duas vnitates h3 ī quolibet latere.
duodecimus tres vnitates: & sic de aliis. Tertia p̄prietas: si quadratus quadratū multiplicet
nūerū: p̄ductus nūerus sēp est q̄dratus. maior tn̄ & alius ab eis: vt nouē quater fiūt 36. & sic de 3. p̄prietas
aliis. Quarta p̄prietas. si nūerus altera pte lōgior aliū altera pte lōgiorē multiplicet. tertius
altera pte lōgior idē p̄creatur. vt bis sex. sunt. 12. & sic de aliis. Quīta p̄prietas q̄ si q̄dratus 4. p̄prie.
multiplicet altera pte lōgiorē vel ecōtra: p̄duct9 numerus: neq3 ē quadratus neq3 altera pte 5. p̄prietas
lōgior: vt bis quatuor. 8. & sic de aliis. Sexta p̄prietas q̄ oīs quadratus ex duobus sibi p̄xīs 6. p̄prietas

ſuprapoſitis triāgulis ſimł additis gn̄atur. vt q̄ternari⁹ ex vnitate & ternario: nouenari⁹ ex
3.&.6. pariter. 16. ex. 6.&.10. Eadē rōne oīs pētagon⁹ ex duob⁹ eū ꝓximo ꝓcedētib⁹ nūeris
gn̄atur altero triāgulo & altero q̄drato: vt. 5. ex. 1.&.4. Simiłr. 12. ex. 3.&. 9. Eadē lege exa-
gon⁹ oīs ex triāgulo & pētagono. oīſq; eptagon⁹ ex altero trigono alteroq; exagono ꝓce-
dit: & ſic de aliis. quo fit vt oēs formæ ſupficiales ex trigonis cōſurgere: & in eoſdē reſolui faci
lime dep̄hēdātur q̄d nō ſolū ad pictagoricā: ſed etiā ad platonicā doctrinā ītelligēdā magni
eſſe momenti reputatur ab oīb⁹ doctis. hacten⁹ igitur de nūeris ſuperficialib⁹.

Caput ſecundū de numeris ſolidis vel corporeis.

Solida forma q̄d ſit. SOlidus nūer⁹ ſiue corpore⁹ eſt q ſparſim p ſuas vnitates deſcript⁹ lōgitudinē: latitudi
nē: & altitudinē (q̄ craſſitudo vel ꝓfūditas appellatur) hr̄e vr̄: trinaq; diſtēditur dimē
ſiōe. Q̄ḋ vr facil⁹ ītelligatur: reppetam⁹ imaginationē geometricā de imagīaria deſcriptōe
vł ꝓductōe cōtinui ex īdiuiſibilib⁹. q̄ licet ī re nulla ſit: vtilis ē tn̄ imaginatio illa ad multa re
ctius ītelligēda. nec ꝓpterea ſciētiæ mathematicæ ſūt deceptoriæ imaginātes q̄d nō eſt. q̄ vt
ariſtoteles hȝ. 2. phiſicorū abſtrahētiū nō ē mēdaciū. ſicut ergo ex fluxu pūcti lineā: & ex flu
xu lineæ ſupficiē deſcripſim⁹ tā in diſcretis q̄ī cōtinuis: ſilr imaginatiōe ex fluxu ſupficiei
craſſitudinē & corpulētiā deſcribere poterim⁹: vt Euclides facūdiſſime docet ī. 11. libro ſuæ
Imaginatio ſolide forme geometriæ. ſi ergo ſupficialē nūerū aliquē ad ſeipm vł ad aliū aut addiderim⁹ aut mltiplica
uerim⁹: ſolidū nūerū īde cōſtituem⁹. vt bis q̄tuor ſūt. 8. q eſt nūer⁹ ſolid⁹: & ſic de aliis. rectı⁹
tn̄ imaginatio ſolidorū nūerorū multiplicatōe q̄ additiōe cōcipitur: multiplicatōe inq̄ du
plicata: ī q̄ tres nūeri ꝓferātur: quorū prior lōgitudinē. ſequēs latitudinē: terti⁹ vero ꝓfū
ditatē exhibet. vt bis duo bis ſūt. 8. nūer⁹ ſolid⁹ hn̄s duas vnitates in lōgū & totidē in latū vt
hic : : q̄ figura q̄drata ſi iterū p imaginationē deſcribatur ī altū: habebit nūer⁹ ille etiā du-
as vnitates in ꝓfundū: eritq; totus nūer⁹. 8. vnitates q̄s dicim⁹ bis duo bis: q̄a duas vnitates
bis ī plano deſcribētes p duas lineas fecim⁹ q̄ternariū: q̄ bis deſcripto ī ꝓfundū: cōſtitut⁹ eſt
octonari⁹: eadē rō eſt de iſtis bis duo ter. bis tria ter. ter tria q̄ter. & ſic de aliis. Nūeri ſolidi ī-
Fo͂e ſoli de ſpēs nūeræ ſunt ſpēs: neq; a nobis oēs explicabiles. ſunt em̄ q̄dā nūeri piramidales. alii cubi. alii
aſſeres: alii cunei. alii laterculi. alii paraleiipidi: vł vt alii dicūt parallelepipedi &c. & tādē nu
meri ſpherici. Harū oīm ſpērū ſola pria additōe nūerorū & diffinit & ꝓcreatur: aliæ vero oēs
Fo͂a piramidalis q̄d replicata vt dixim⁹ multiplicatiōe. Piramidalis nūer⁹ eſt ſolid⁹ q̄ ex aggregatōe pluriū ſup
ficialiū nūerorū eiuſdē ſpēi reſultat. vt ex plurib⁹ triāgularib⁹ nūeris fit vna piramis. ſimiłr
ex plurib⁹ q̄dratis: aut ex plurib⁹ pētagonis naturali ſerie diſpoſitis. vn̄ eliciūtur duo certiſ
Spēs eius infinite ſima. Primū q nūerorū piramidaliū ſunt īfinitæ ſpēs variate iuxta ſpēs nūerorū ſupficia-
liū. ſ. piramis trilatera q̄ fit ex triāgulis. quadrilatera ex quadrāgulis. pētilatera ex q̄nquāgu
lis &c. Sc̄dm eſt facilis mod⁹ gn̄atiōis aut iuētiōis nūerorū iſtarū ſpērū q̄ fiūt p additionē ſu
Deſcriptio fo͂e piramidalis perficialiū q̄s oēs iā nouim⁹. Sed piramis ita ſe hȝ iter nūeros ſolidos ſicut ſe habebat triāgu
lus iter nūeros ſupficiales: q̄a ipa eſt pricipiū oīȝ ſolidarū formarū. debetq; ī ei⁹ deſcriptiōe
fieri talis imaginatio q vnitas ponatur ſuſpēſa ī aere. deīde ſub ea etiā ī aere ponatur terna
rius. ſub q̄ tertio ponatur ſenari⁹. & ſic cōſequēter p oēs numeros triāgulares deſcēdēdo. ex
eis oībus reſultabit vna piramis trilatera magna vł parua ſm̄ q plures vel pauciores triāgu
los aggregat ī ſua cōpoſitiōe: cuius piramidis āgulus eſt vnitas: baſis vero ē vltimus triāgu
lorū ſub ea poſitorū. Eodē mō ē deſcribēda piramis q̄drilatera ſi ſub vnitate cōſeq̄nt ponāt
q̄drati nūeri. & piramis pētilatera ſub vnitate aggregat nūeros pētagonos. & ſic de aliis. vt hic.
Piramidū ꝓprietas. Trianguli. 1.3.6.10.15. Piramides trilatere. 1.4.10.20.35. Eſt autē oīū piramidaliūȝ hæc
Quadrāgli. 1.4.9.16.25. Piramides q̄drila. 1.5.14.30.55. ꝓprietas q vnaq̄q; pramis tot
Pentagoni. 1.5.12.22.35. Piramides pēti. 1.6.18.40.75. vnitates hȝ ī quolibȝ latere ſuæ
altitudinis ex quot ſupficialibus numeris aggregatur. vt trilatera piramis q̄ eſt. 4. hȝ duas
vnitates in altitudine. decē hȝ tres vnitates &c. Simiłr quadrilatera piramis. 5. hȝ duas vnita
tes in altitudine. 14. habet tres vnitates &c. Eodē mō pētilatera piramis. 6. habet duas vni-
Quid integra ⁊ q̄d curta piramis tates. 18. tres vnitates ī quolibet latere ſuæ altitudinis: & ſic de aliis. Scire etiā oportet q ſunt
q̄dā piramides ītegræ: aliæ vero curtæ vł truncatæ quas græci coluros appellāt. Integræ pira
mides ſunt quas prius deſcripſimus. ſed curtæ dicerētur ſi ex p̄te āguli piramidis auferrētur

aliqui numeri superficiales pertinētes ad eius integritatē. & tunc si sola vnitas suprema au
feratur: dicitur curta piramis: si sūt etiā auferatur primus numerus superficialis sub vnita
te posit⁹: vocatur biscurta piramis. & si adhuc auferatur ali⁹ sequēs superficialis: vocabitur
tricurta piramis & sic cōsequenter. & hoc verū est in oib⁹ speciebus piramidaliū nūerorū
de quibus iā satis. Cubicus numerus est qui ex duplicata multiplicatione alicuius nūeri p Cubicꝰ for
seipm consurgit. vel clari⁹ si in replicata multiplicatione tres numeri equales pferātur vt ma qd sit.
bis duo bis sunt. 8. ter tria ter sunt. 27. & sic de aliis. Hui⁹ formæ prima pprietas est ꝙ qli Cubicæ for
bet cub⁹ hꝫ sex superficies equales. octo angulos solidos. & duodecī lineas siue latera eqlia. me pprieta
quomodo aūt debeat imaginari hui⁹ formæ & aliarū sequentiū corpulētis vel altitudo q̄ ē tes due.
tertia dimēsio: superi⁹ in principio hui⁹ cap. declarauim⁹. Scđa pprietas ꝙ si cubic⁹ nūer⁹ Prima
se vel aliū cubicū multiplicet. semp inde pducitur cubic⁹ maior eis. nā octies. 27. sunt. 216 2. pprietas
qui etiā est numerus cubus ex trib⁹ senariis replicata multiplicatione pcedens. vt dicēdo
sexies sex sexies. Cune⁹ numer⁹ oppositas cōditiones hꝫ ad cubicū. quia omnes tres dimē
siones habet inequales: fitqꝫ ex replicata multiplicatione triū numerorū inequaliū. vt si di Cune⁹ nūe
cerem sexies quatuor bis sunt. 48. vel sic. quinquies quatuor ter sunt. 60. Iste numerus a rus qd sit
græcis vocatur scalenos quod latine est gradatus. dicitur etiā sperniscon. i. cune⁹ ad modū
illi⁹ corporis cui⁹ longitudo est maior latitudine. latitudoqꝫ maior altitudine. Asser nume Asser nūe
rus est ad modū corporis serratilis quod; vocatur tabula erecta in altum: productusqꝫ ex rus qd sit
replicata multiplicatione triū inequaliū: sed aliter q̄ꝫ cuneus. nā in assere longitudo est mi
nor latitudine: & latitudo minor altitudine. vt dicendo bis tria quater sunt. 24. aut bis qua
tuor quinquies. sunt. 40. &c. Laterculus numerus describitur admodū lateris quadrati cu Latercul⁹
ius longitudo & latitudo equales sunt sed altitudo minor eis. vt dicendo ter tria bis sūt. 18. quid est.
vel quater quatuor bis sunt. 32. &c. Paralellipidus nūerus est admodū colūnæ quadratæ cu
ius longitudine & latitudine equalibus altitudo maior est: vt si di dicam bis duo sexies. sūt Paralelli
24. vł ter tria octies sunt. 72. &c. Præter has formas solidas sunt aliæ plurimæ species figu pid⁹ qd sit.
ræ lateratæ tum regulares tum irregulares: de quibus non est modo dicendū per singula;
sed ex geometria sunt requirendæ. Sphericus numerus est cubicus talis. qui admodū sphe Spherica
ræ terminatur in numerum illum ex cuius multiplicatione processit: sicut & de circularib⁹ forma nūe
dicebamus. vt quinquies quinqꝫ quinquies. sunt. 125. vel sexies sex sexies. sunt. 216. & pre rotūd qd est
ter hos vix alii reperientur: nisi vellet quis vnitatem & circularem & sphericum numerū
appellare: quia per omnem multiplicationem reddit ad seipsam. vt dicendo semel vnum.
uel semel vnum semel: quidam etiam dicunt ꝙ. 64. est numerus sphericus quia a quater=
nario cubica multiplicatione procedens ad quaternarium terminatur. sed apud arithmeti
cos non consueuit numerus sphericus appellari: nisi ille cuius quadratus etiam fuit circu=
laris. hoc autem non habet prædicti numeri quadratus qui est. 16. incipiens a quaternario
& ternarius in senarium.

Caput tertium de comparatione quadratorū & altera parte longiorum numerorum.

DE FORMIS ergo numerorū tam multiplicibus satis dictum fuisse
putaremus: & finē huic tractatui faceremus: nisi quia boetius ex nu
meris quadratis & altera pte lōgioribus magnum facit in philoso=
phicis theorematibus sacramētū. Ideo ne diuina ei⁹ imaginatio in=
tilis videatur a nobis reputata: breuibus eā hic colligem⁹ verbis. In
primis ānotātes nūerorū quadratorū & altera pte lōgiorū hāc no= Diffe
tabilē differētiā: si nō ex multiplicatōe vt olī: sꝫ ex additōe nūerorū istarū for
eos voluerm⁹ gnāre: ꝙ q̄drati nūeri ex naturali serie ipariū: sꝫ alta rūone. pmo
pte lōgiores ex nūeris parib⁹ seriati ordinatis cōtinua additiōe pcreātur: vt ptꝫ hic.

Impares. 1.3.5.7.9.11.13. Pares. 2.4.6.8.10.12. Ideo numeri quadrati ex ipa
Quadrati.1.4.9.16.25.36. Alta pte lõgi.2.6.12.20.30.42. ribus ꝓcreati: quorũ vnitas prima radix est & imutabilis naturæ: oĩa latera equalia babent. sed altera parte lõgiores ex paribus ortũ babẽtes: quorũ binari9 primus est & mutabilis naturæ: latera inequalia hñt.

Secũda dña

Unitas est naturæ immutabilis. Binari9 est alteritatis principiũ

Immutabilitas aũt vnitatis ex boc ostenditur ꝙ quicquid ipsa multiplicet prior quãtitas nõ mutatur. vt semel vnus est vnus. semel duo sunt duo. semel tria sunt tria &c. Mutabilitas aũt binarii eodẽ mõ ꝓbatur quia in quẽcũq; numerũ ipse ducatur prior quãtitas mutatur & alia ꝓducitur. vt bis duo sunt quatuor. bis tria sunt sex &c. eadẽ ratio est de oĩbus aliis numeris post binariũ. Nimirũ ergo si binarius alteritatis principiũ dicatur a philosophis: tũ quia est primus numerus qui ab vnitate recedit. tũ etiã quia est primus eorũ qui sua multiplicatione numerorũ alteritatẽ causant. Ergo ex inuariabilitate vnitatis prouenit ꝙ quadrati numeri iparitatis naturã babentes: oĩa latera habeant equalia & vniformia. sed ex variabilitate binarii ꝓcedit ꝙ altera parte longiores numeri paritatis naturã habentes latera habeant inequalia & difformia vt dictũ est.

Quadratorũ & cubicorũ ꝓprietas notabilis

Patet etiã tetragonos numeros participare naturam iparium: quia facta cõtinuatione duplorũ in vna serie vt.1.2.4.8.16.32.&c. vel triplorũ numerorũ. vt.1.3.9.27.81.&c. numer9 quadratus inter eos semper in loco impari iuenitur. Cubi etiã numeri imutabili natura participant: eo ꝙ per additionẽ ordinatã non ab aliis ꝗ̃ ab iparibus numeris producuntur vt posita serie impariũ.1.3.5.7.9.11.13.&c. primus eorũ est cubus.s. vnitas. deinde duo sequentes simul aggregati faciunt octo qui est cubus. & tres sequentes simul sumpti producunt.27. qui etiã est cubus. & quatuor sequẽtes sunt.64. numerus cubus & sic de aliis per ordinem. Hac supposita differentia: dicam9 vlterius ꝙ istæ duæ formæ numerorũ sunt tã principales in negotio arithmetico: sicut corruptibile & incorruptibile in toto vniuerso: vbi omne qđ est his duab9 differẽtiis cõprehẽditur. quicquid.n. in mũdo est: aut est naturæ imutabilis eiusdẽq; substãtiæ vt de9 ãgel9 cœlũ aut est mutabilis variabilisq; naturæ vt elemẽta & alia corpora naturalia: aut ex his duab9 naturis cõpositũ vt homo.

Pricipales formæ numerorũ quæ sint.

Ita etiã ĩ numeris arithmeticis quicquid est vel ĩpar est ex quo ꝓcedit quadrata forma: vel par vnde ꝓcessit altera parte longior: vel ex his duabus formis procedens. nã permixtis eis & certo modo cõparatis: ex ipsis nascuntur omnes numeri & numerorum species. omnesq; proportiones. & etiam numerorum formæ supradictæ. atq; proportionalitates inferius dicendæ. Disponantur enim quadrati numeri omnes ĩ vna serie: & sub eis altera parte longiores ordinati. vt hic.

Regula generalis

Quadrati 1.4.9.16.25.36.49. Si primũ altera parte longiorẽ binariũ primo tetrago.
Lõgilateri. 2.6.12.20.30.42.56. no.1. vnitati cõparaueris: differentia erit vnitas. si secũdum secundo: differẽtia est binari9. si tertiũ tertio. ternari9 &c. oẽs numerorũ spẽs indeꝑ duces. & in eisdẽ cõparationib9 iuenies primo ꝓportionẽ duplã. deĩde sesquialterã. postea sesquitertiã. & cõsequenter oẽs ꝓportiones superparticulares. Itẽ si secundũ quadratũ primo altera parte longiori. & tertiũ secũdo. & quartum tertio. & sic deinceps transuersaliter cõparaueris: easdem ꝓportiones inuenies. oẽsq; numerorum species ex eorũ differentiis ꝑter vnitatẽ elicies. Adhuc aũt in serie quadratorum differentiæ sunt numeri impares naturali ordine: sed in serie altera parte longiorum differentiæ eorum sunt numeri pares per ordinẽ naturalem.

Prima cõparatio de numeris

De ꝓportionibus.

De vtrisq; simul

De nũeris iterum.

Itẽ permixtis tetragonis & longilateris alternatĩ itaq; ex duabus seriebus fiat vna series. vt hic.1.2.4.6.9.12.16.20.25.30.36.42. Primus longilaterus ad suos collaterales quadratos continuat duplam proportionem. secundus longilaterus sesquialteram copulat ad suos quadratos. tertius sesquitertiam. quart9 sesquiquartam: & sic de aliis proportionibus superparticularibus. Ex quorum iterum differentiis naturalis numerorum series procreatur. In premissa etiam serie permixta continue comparando quẽlibet numerũ mediũ ad suos ꝓximo collaterales: apparebũt qñq; drĩæ similes & ꝓportiões diuersæ: qñq; ecõtra ꝓportiões similes & drĩæ diuersæ. s; crescũt differentiæ scđꝫ naturalem seriẽ numerorũ. similiter & ꝓportiones a dupla incipientes per omnes spẽs superparticu-

De ꝓportionib9 iterũ

larium ꝓcedunt. Eadē imaginatio occurret cōpando differētias nūerorū in tali serie positorū: ad eosdē nūeros quorū sunt differētiæ. Nō solū aūt ex quadratis & altera pte longiori bus adinuicē cōparatis nascūtur nūerorū & ꝓportionū spēs ut p̄dictū est: sed etiā aliæ nūerorū formæ. additis. n. simul prīo tetragono qui est unitas: & prīo altera pte lōgiore binario resultat ternarius q̄ est triāgulus. deide addito scđo quadrato ad primū altera pte lōgio rē fit secūdus triāgul⁹ senari⁹. & sic cōsequēter ex additiōe duorū ꝓximorū i serie ꝑmixta resultāt nūeri triāgulares suo ordine naturali. Itē ꝑ gñatiōe q̄dratorū ex p̄dicta serie ꝑmixta: repetēdæ sūt duæ ꝓprietates figuræ magnæ ꝓportionū sup⁹ positæ in cap̄. 5. p̄cedētis tractat⁹. s. ꝓprietates tertia & q̄rta: hac facta dr̄ia: ꝙ vbi ex duob⁹ q̄dratis & vno altera pte lōgiore tetragon⁹ ꝓcreatur: ille temp est numer⁹ ipar & ex ipari radice ꝓcedēs: sʒ qñ ex duobus alt̄a pte lōgiorib⁹ & vno q̄drato cōficitur tetragon⁹: ille ip est par & a pari radice ꝓcedit. Ex linea insup q̄dratorū seorsū oēs lōgilateri ꝓcreātur: si cuiuslibʒ q̄drati lat⁹ ad ipʒ addideris vel ab eo subtraxeris. ois eñi nūer⁹ ide resultās erit lōgilater⁹. Denicꝫ ꝓportionalitates: ad q̄s trāsitū facim⁹: ex ꝑmixta serie q̄dratorū & altera pte lōgiorū hr̄i pñt: qñ quidē i eis dātur mō dr̄iæ siles vt dixim⁹ & ꝓportiōes diuersæ: qđ ptinet ad ꝓportiōalitatē arithmeticā: mō apparēt dr̄iæ icq̄les & ꝓportiōes siles: q̄ ē ꝓportionalitas geometrica vt dicetur ifra. Sed de his iā satis: & ꝓ cōclusiōe hui⁹ tractat⁹ addam⁹: ꝙ supradictæ oēs formæ nūerorū debite applicatæ magnū phīs & theologis afferre pñt veritatis monimentū. qđ eñi ꝓpri⁹ & veri⁹ dici pōt: q̄ꝫ triangularē primā formarū numeraliū: a qua oēs aliæ ꝓcreātur vt dixim⁹: eē diuinā eēntiā in ꝑsonis triuā a q̄ oēs creaturæ ꝓcesserūt. q̄ nihilomin⁹ trinitatis i creatæ vestigiū hñt. q̄a vt aristoteles ex pictagoricis allegat i. t. lib. de cœlo: cuiuslibʒ rei creatæ ꝑfectio cōsistit i trib⁹. q̄ postea btūs augustin⁹ declarās dicit ꝙ ois res cōsistit i mō spē & ordine. & allegat illud sapiētis ꝙ de⁹ oīa cōstituit i nūero & pōdere & mēsura. aliæ vero numerorū formæ tā superficiales q̄ꝫ solide quālr singulis creaturis distribuēdæ sint: q̄a nimis a longū foret enarrare: cōsulto reliquim⁹ ad exercitiū ingeniosorū iuuenū.

Scđs cōpsilo de formis nūerorum.

De triāgul.

De q̄drātis

De altera p telōgiorib⁹

Tertia cō pstio de ꝓportionalitatibus.

applicatio formarū numeraliū ad res huius mundi

Tractatus secūdus secundi libri de ꝓportionalitatibus numerorū & earū proprietatibus. habet capitula quatuor.

Caput primū de ꝓportionalitate arithmetica & de ꝓprietatib⁹ eius.

CONSEQVENS est ad p̄dicta oīa q̄ erāt de ꝓportionib⁹ & formis numerorū diuersis: ut etiā de ꝓportionalitatib⁹ breuiter trāsigam⁹. ex cōtinuatiōe. n. ꝓportionū & formarū nūeraliū q̄s sepi⁹ dixim⁹ i p̄cedētib⁹: ꝓportionalitates fieri q̄ꝫ manifestissimū erit: si vocabuli diffinitionē p̄mittam⁹ talē. Proportionalitas est triū aut pluriū numerorū simul sūptorū habitudo vt. 1. 2. 4. est vna ꝓportiōalitas silr in istis. 1. 2. 3. 4. & sic de aliis multis. vñ pʒ differētia ꝓportionalitatis a ꝓportiōe: quia hæc duorū tm̄ nūerorū erat cōpatio: illa vero triū aut pluriū. lʒ apud phlōs pariter & theologos ista duo noīa sæpi⁹ cōfundātur: & alterū ꝓ altero accipiatur. Illa aūt diffinitio cōis ꝓportionalitatis: ꝙ est pluriū ꝓportionū habitudo vel collectio aut similitudo: nō oī ꝓportionalitati cōuenit vt patebit de arithmetica ꝓportionalitate. Proportionalitatis cōis hanc disiunctā passionē aut ꝓprietatē assignam⁹. q̄a ois ꝓportionalitas aut cōtinua aut discōtinua esse pōt. cōtinua dr̄ ꝓportionalitas qñ in trib⁹ nūeris accipitur. in quibus necesse ē vt medi⁹ terius reppetatur his: simili cōparatiōe se hñs ad extremos. disiūcta vero est ꝓportionalitas accepta i q̄tuor nūeris ad min⁹: ubi nullus mediorū bis cōparatur sʒ tm̄ semel. s. vn⁹ medi⁹ ad unum extremū & alter ad alterū. nā si cōtingeret ꝓportionalitatē facere ex quatuor aut plurib⁹ nūeris i qua q̄libet mediorū bis cōparetur. s. semel ad extremū & semel ad alterū mediū: illa poti⁹ esset cōtinua ꝓportionalitas q̄ꝫ discōtinua lʒ in pluribus q̄ꝫ trib⁹ numeris accepta. Proportionalitatis spēs plurimæ sunt & nō facile deteriabiles. sʒ apud antiquos phlōs. s. pictagoricos solæ tres hui⁹ gñis spēs ponebātur. s. arithmetica. geometrica. & armonica. q̄ ētvsq̄ꝫ ad platonē aristotelē q̄ꝫ māserūt solæ. & vocabāt eas medietates aut mediocritates: q̄a gerūt silitudinē moraliū virtutū q̄rū q̄libet ē mediocritas iter duo extrēa alterū ꝑ excessum alterū ꝑ defectū: sicut in ꝓportionalitate dātur ad min⁹ tres nūeri: un⁹ me

Proportio nalitas q̄d sit.

In quo differt a ꝓportione

Proportionalitatis vnica ꝓprietas.

Proportionalitatis spēs plures

Proportionalitates q̄ re dicūtur medietates numerorum.

di⁹ &duo extremi quorũ alter excedit mediũ alter vero deficit ab eo.post istos aũt phĩos
alii sapiẽtes q̃ secuti sunt:septẽ alias spẽs hui⁹gñis addiderũt pducẽtes eas ad nũerũ dena
riũ:q̃ videbatur eis oĩ3aliorũ pfectissim⁹eo q̄ sit vltim⁹terius nũerorũ.nã post denariũ oẽs
nũeri sũt reppetitões denarii aut suarũ partiũ. Verũtñ si modũ multiplicatõis istarũ ppor
tionalitatũ subtiliter aduertam⁹:plures pportionalitatũ spẽs q̃3 decẽ imaginari potetim⁹
Arithmetica pportionalitas qd sit
quẽ modũ in fine isti⁹ tractat⁹ explicabim⁹.interĩ aũt circa primas illas tres spẽs intenda
mus diffinitiones & pprietates earũ pquirentes. Arithmetica pportionalitas est triũ aut
pluriũ nũerorũ talis aggregatio in qua neglecta pportionũ equalitate:eadẽ & similis dif-
ferentia iter nũeros obseruatur vel attẽditur:& hæc manifesta est in naturali numerorũ se
rie:vbi semp duorũ pximorũ differẽtia est vnitas. vt.1.2.3.4.5.6.7. Simil'r in naturali
serie numerorũ pariũ seorsum:vel ĩpariũ seorsu3:vbi semp differẽtia est binari⁹.vt p3 hic
Pares.2.4.6.8.10. Impares.1.3.5.7.9. Eadẽ pportionalitas hr̃ in naturali serie nume-
rorũ pariter ĩpariũ de quib⁹ superi⁹ dixim⁹ q̄ quilibet eorũ distat a suo pximo p quatuor
vnitates.vt.2.6.10.14.18.&c.Hãc etiã numerorũ seriẽ in arithmetica practica q̃ dr̃ algo-
Quare dr arithmetica.
tism⁹ vel abacus pgressionẽ numerorũ vocãt.Dicitur aũt talis numerorũ aggregatio p
portionalitas arithmetica:nõ q̄ ipsa sola in nũeris cõsistat & aliæ oẽs in magnitudinibus:
q̃ñq̃dẽ oẽs pportiõalitatũ spẽs i numeris oẽs q̃3 ĩ magnitudinib⁹ ĩueniãtur:sed dr̃ arithme
tica quia solũ attẽdit nũerũ vnitatũ excessus iter pricipales nũeros qui cõparãtur. In geo-
metrica vero pportionalitate sequẽte nõ curãtes de numero illarũ vnitatũ p quas pricipa-
les numeri sese excedũt atq̃3 excedũtur:pticipal'r attẽdim⁹ quota pars sit ille excessus re-
spectu nũeri excedẽtis vel excessi:& hoc siue excessus ille sit vnitas siue binari⁹ siue terna-
ri⁹ &c.vñ nõ ĩmerito hæc pportionalitas arithmetica.i.nũeratiua excessus dr̃:sequẽs vero
Quatuor ei⁹ pprietates.prima.
geometrica.i.mẽsuratiua eiusdẽ excessus.Arithmeticæ pportionalitatis q̃tuor p̃cipue sũt
pprietates.Prima eadẽ est cũ quarta pprietate nũeri pariter ĩparis.s.q̄ si medi⁹ terminus
fuerit vn⁹:ille coniunctorũ est medietas extremorũ.si aũt fuerĩt duo media illa simul sum
pta adequãtur duob⁹extremis sibi adiũctis tã ĩ pportiõalitate cõtinua q̃3 discõtinua.
2.pprietas
2. 10. Scd̃a pprietas.q̄ sicut q̃libet numer⁹ in hac pportionalitate se h3
vt.2.4.6. &.2.4.6.8.ad seipm̃:ita se hñt drĩæ ad differẽtias.nã vtrobiq̃3 equalitas rep-
3.pprietas
petitur.qd̃ nõ est possibile in aliis pportionalitatib⁹.hoc p3 in p̃dictis exẽplis vbi oẽs dif-
ferentiæ sũt dualitates.Tertia pprietas:quã primo nichomac⁹ ĩuenit:est.q̄ illud qd̃ fit ex
medio nũero in seipsum ducto mai⁹ est eo qd̃ pducitur ex multiplicatiõe extremorũ ad ĩ-
uicẽ.& excessus p̃cise est tãtus quãta est multiplicatio vni⁹ drĩæ p aliã.de differẽtiis loquor
medii ad duo extrema.vt hic.3.5.7.ex multiplicatiõe medii pcedit.25.ex multiplicatiõe
aũt extremorũ fiũt.21.excessus aũt illi⁹ ad istũ est quaternari⁹:quẽ pducit differentiarum
multiplicatio q̃ sunt duo binarii. Et hæc pprietas etiã vera est in q̃tuor numeris siue sit p
portiõalitas cõtinua siue discõtinua:dũ mõ extrema ad vnũ tñ mediũ cõparẽtur quodcũ
q̃3 illorũ ponatur.vt hic.3.5.7.9.ex multiplicatõe duorũ mediorũ puenit.35.ex multipli
catõe vero extremorũ fit.27.q̃ exceditur a p̃cedẽte in.8.quãta est multiplicatio binarii in
q̃ternariũ q̃ sũt drĩæ extremorũ ad vtrũlib3 mediorũ.sim' hic.5.7.8.10.multiplicatio me-
4.pprietas
diorũ est.56.extremorũ.50.excessus ẽ senari⁹ pduct⁹ ex multiplicatõe binarii in ternariũ
q̃ sũt drĩæ extremorũ ad quodlibet mediorũ.Quarta pprietas q̄ si ĩ numeris hui⁹ pportio
nalitatis nõ drĩas sed pportiões eorũ attẽdam⁹:in minorib⁹ nũeris maiorẽ pportionẽ:&
in maiorib⁹ minorẽ ĩueniemus.vt hic.1.2.3.maior est pportio duorũ ad vnũ quia dupla:
q̃3 triũ ad duo quæ est sesquialtera.& sic de aliis exemplis.

Caput scd̃m de pportionalitate geometrica & suis pprietatibus.

SIcut in arithmetica pportionalitate differẽtias equales numerorũ attẽdebam⁹: sic in
geometrica pportionalitate eorũdẽ nũerorũ pportiões siles & equales obseruamus.
vñ diffinitio pportionalitatis quã supi⁹ reprobauim⁹.s.pportionũ similitudo geometri
cæ pportionalitati erit aptissima.Est ergo pportionalitas geometrica triũ aut pluriũ nũe
rorũ simĩ'sũptorũ talis cõpatio ut ĩ eis l3 drĩæ nõ sint eq̃les:pportões tñ eorũ sũt siles & eq̃-
lis.ut hic.4.6.9.sunt duæ sesquialteræ.& hic.3.6.12.sunt duæ duplæ:& sic de aliis.Ex qua

diffinitione elicitur prio ꝑ geometrica ꝓportiõalitas ex oibus spēb⁹ ꝓportionũ constitui potest vt ex duplis triplis quadruplis & aliis multiplicibus. similiter ex sesquialteris. sesquitertiis. sesquiqnartis & aliis superparticularibus. eodē modo ex supbipartientib⁹ tertias qntas. septimas. &c. ex suptripartiētib⁹ quartas quītas. septimas &c. & sic de aliis oīb⁹ speciebꝰ Secūdo seqtur ꝙ nūeri pariter pares seriati sūpti sūt ꝓportiõalitas geometrica. q̄re & ꝓprietates pariter pariū: geometricæ ꝓportionalitati cõueniēt. facit etiā ad hoc ꝓpositū regula de cõtinuatiõe ꝓportionū supparticulariū ī vltimo capite primi libri hui⁹ supius posita. Quare āt ista ꝓportiõalitas dicatur geometrica vł mēsurativa dixim⁹ i pcedēti capitulo. qr ita bñ ista ꝓportiõalitas sicut & oēs aliæ est ptractāda i sciētia arithmetica quēadmodū & ī geometria. vn de hæc adiectiua arithmetica & geometrica i ꝓportiõalitatib⁹ nō appellāt sciētias ī quib⁹ cõsiderātur: sed cõsideratiões iter excessus nūerorū quos aliter in vna & aliter ī alia ꝓportiõalitate cõsideram⁹. Hui⁹ ꝓportiõalitatis q̄ttuor sūt ꝓprietates Pria si accipiātur nūerorū differētiæ seorsū i vna seriæ: eadē hñt ꝓportiões quas & nūeri quorū sūt differentiæ. vt hic. 1. 2. 4. 8. 16. quorū differētiæ sūt: 1. 2. 4. 8. &c. Secūda ꝓprietas q̄ ꝓportiõalitas geometrica fit ex multiplicib⁹ similit⁹: differentia minoris ad suū ꝓximū maiorē est æq̄lis minori: aut multiplex multiplicitate ꝓxīo minori q̄ʒ sit multiplicitas eorūdē nūerorū. vt si ꝓportiõalitatis fiat ex duplis minor nūer⁹ differētia sibi æquali exceditur a maiori. si ex triplis differētia sibi dupla. si ex q̄druplis differētia tripla & sic de aliis. Tertia ꝓprietas quicqd ꝓducitur ex multiplicatiõe extremorū nūerorū ī hac ꝓportiõnalitate idē pueniet ex ductu medii vł mediorū nūerorū ꝑ se ipsos: & hæc fuit q̄ta ꝓprietas ī nūeris pariter parib⁹. Quarta ꝓprietas hui⁹ spēi est ꝙ tā in nūeris maiorib⁹ q̄ʒ i minorib⁹ est eadē & similis ꝓportio: hoc expsse hʒ diffinitio ꝓportiõalitatis geometricæ superi⁹ posita: possent hic addi q̄dā aliæ ꝓprietates hui⁹ mediocritatis geometricæ. s. ꝙ in termīs ei⁹ licet argnere cõuersiue pmutari & aliis modis de quib⁹ in geometria dicem⁹. Notandū est etiā ꝙ inter oēs duos nūeros q̄dratos ꝓxīos semꝑ est dabilis vn⁹ tertī nūer⁹ medi⁹ ꝓportionalitatē geometricā in eis faciēs: q̄ duas similes ꝓportiões hʒ ad nūeros extremos: & tale mediū facile inuenitur si latera illorū q̄dratorū adinuicē multiplicētur de quib⁹ laterib⁹ ī supiore tractatu diximu⁹ attendētēs quot vnitates hʒ quilʒ q̄drat⁹ ī latere suo. vt iter. 4. & 9. est senari⁹ ꝓductus ex multiplicatiõe binarii cū ternario q̄ sūt eorū latera. silr inter. 9. & 16. sūt. 12. ex mltiplicatiõe ternarii cū q̄ternario q̄ sūt latera eorū. & sic de aliis. Sed iter q̄slibꝫ duos cubicos ꝓxios sūt duo media ꝓportionalia. i. silēs ꝓportiões hñtia cū extremis & ad se ipsa. quorū mediorū nūerorū mior ꝓducitur multiplicato latere cubi maioris ꝑ q̄dratū minoris; maior vero mediorū cõsurgit ex mltiplicatiõe lateris cubi minoris ꝑ quadratū maioris: quadrata cubicorū vocam⁹ nueros quadratos eādē radicē hñtes cū talib⁹ cubicis. latera āt cubicorū sūt vnitates sue altitudis. vt octonarii q̄dratū est. 4. lat⁹ vero est duo. silr vigesimi septimi quadratū est. 9. lat⁹ vero 3 ergo iter. 8. & 27. sūt duo media ꝓportionalia s. 12. & 18 quorū primū nascitur ex mltiplicatiõe ternarii cū q̄ternario. alterū vero ꝓducitur ex multiplicatione binarii cum nouenario & sic de aliis.

Quare sit geometrica

Quattuor ei⁹ ꝓprietates prima.

2. ꝓprietas

3. ꝓprietas

4. ꝓprietas

Nūeros q̄dratos cognatos esse geometrice ꝓportionari

Idē ꝓbat de nūeris cubis

Caput tertiū de ꝓportionalitate armonica & de eius ꝓprietatibus.

CVM oīs ꝓportionalitas cõsistat ad min⁹ i trib⁹ nūeris: ꝓter duas eorū cõparationes supradictas potest adhuc tertia assignari: qua nec siles nūerorū differētias nec æq̄les eorū ꝓportiões obseruabim⁹: hāc armonicā medietatē consueīt appellādā cui⁹ diffinitio talis est. Armonica ꝓportionalitas est triū nūerorū talis colligātia vbi qualis est ꝓportio extremi ad extremū talis est & duarū differētiarū iter se: quatū maior ē differētia maioris ad mediū: mior vero earū est differētia vł excessus medii ad miorē vt. 3. 4. 6. vbi extremi maioris ad miorē ē ꝓportio dupla. q̄ etiā ē ꝓportio binarii ad vnitatē differētiæ scꝫ maioris & medii ad differētiā medii & mioris. silr hic. 2. 3. 6. extremorū ꝓportio est tripla & eadē est duarū ad inicē differentiarū. eisdē āt nūeris duplatis aut triplatis aut aliter mltiplicatis semꝑ eadē ꝓportionalitas apparebit. Huius ꝓportionalitatis armonicæ silr quattuor repetim⁹ ꝓprietates. pria ꝙ i maioribus nūeris ei⁹ est maior ꝓportio & in miorib⁹ minor. ꝑ cõtrariū ad proportiõnalitatē arithmeticā. vt pꝫ in exēplis superiorib⁹. Secūda ꝓprie-

Armonica ꝓportionalitas quid sit.

Armonicæ ꝓprietates quattuor. Prima.

2. ꝓprietas

2.ꝓprietas tas ꝙ medi⁹ terminus tota mīoris pte mīorē ſupat quota maioris a maiore ſupatur vt hic
2.3.6.medius ſupat mīorē medietate mīoris .ſ.vnitate: & ſupatur a maiore medietate ma
ioris.ſ.ternario.hui⁹ cōtrariū habebat ꝓportiōnalitas arithmetica vbi medi⁹ termin⁹ to
ta ſui pte miorē ſupabat quota etiā ſui a maiore ſupabatur.nulla facta relatiōe differentia
rū ad nūeros extremos.ſed ī armonica medietate differētiæ cōparātur ad extrēos & non
ad nūerū mediū.ī geometrica āt ꝓportiōalitate mediocris fit cōpatio.qa vna differentia
rū refertur ad miorē nnmerū alia vero ad mediū.nā ibi medi⁹ numer⁹ quota pte mīoris
3.ꝓprietas miorē ſupat:tota ſui pte exceditur a maiore.Tertia ꝓprietas ꝙ in numeris ꝓportionalita
tis armonicæ ſūma q̄ ꝓducitur ex multiplicatiōe duorū extremorū adiuīcē medietas eſt
nūeri ꝓducti ex mltiplicatiōe medii cū cōpoſito ex extremis vt hic.3.4.6.ex mltiplicatio
ne extremorū ꝓducitur.18.ſed ductis q̄ttuor ī.9.q eſt aggregat⁹ ex extrēis ſiūt.36.nūer⁹
4.ꝓprietas dupl⁹ ad.18.& ſic de aliis exēplis.Quarta ꝓprietas ꝙ armonica mediocritas ī nūeris ſuis
muſicā pit er & geometricā exhibet armonicā:vñ nō imerito armōica vocata ē. Dicitur āt
Muſica ar monia ꝗd eſt. muſica armonia cōſonātia vocū acute & grauis ī certa rōne nūerali.hæc āt nō ē niſi quicu
plex (de pfectis cōſonātiis loquor) videlꝫ dupla.tripla.q̄drupla ī multiplicib⁹.& ſeſqalte
ra.ſeſqtertia.ī ſuppartic ularib⁹.nā ī aliis ſpēbus ꝓportionū tā horū generū ꝯſequētiū:vo
Armonicæ cōſonantie muſicales quinꝗ. ces cōparate nō hñt pfectā cōſonātiā ſed mancā & ipfectā.has āt vocū proportiōes ſupra
dictas muſici (vt alias videri hꝫ) ſuis vocabulis mixte cognotātib⁹ vocāt.duplā:diapaſon
vel octauā.triplā:diapaſon cū diapēte vl' duodecimā.q̄druplā bis diapaſō vel quīdecimaꝫ.
Diapaſon. ſeſqalterā vocāt diapēte aut quartā:ſeſqtertiā:diateſeron vel tertiā vocē ſupra vel īfra aliā
Diapaſon, cū diapēte q̄ oēs proportiōes cōſonātiarū muſicaliū reperiūtur in nūeris hui⁹ ꝓportiōalitatis armo
bis diapaſō nicæ ſi etiā differentiæ eorū cōnūerentur vt hic.3.4.6.nā.6.ad.4 ē proportio ſeſqaltera
Dia pente, .4.ad.3.ſeſqtertia.6.ad.3.ē dupla.ternari⁹ āt differētia extrēorū ad vnitatē q̄ ē differētia
Diateſerō. medii & mīoris triplā hꝫ ꝓportiōeꝫ.ſed.12.reſultās ex aggregatiōe maioris & medii cum
eorū differētia:quadrupl⁹ eſt ad miorē q̄ ē ternari⁹.ſilr hic.2.3.6.medi⁹ ad miorē ē ſeſqui
alter.maior ad mediū dupl⁹.& differētia īter maiorē & mediū eſt tripla ad differētiā īter
mediū & miorē: ad quā etiā differētia duorū extrēorū ē q̄drupla:& eadē extrēorū differē
tia ē ſeſqtertia ad mediū. Armonia vero geometrica .ī. pfectiſſī corpis laterati diſpoſitio
Armonia geometrica eſt figura cubica q̄ vt ſuperi⁹ dixim⁹ hꝫ.6.ſupficies.8.āgulos &.12.lineas laterales.his ūt
tres nūeri.6.8.12.cū ſint dupli ad nūeros primi exēpli ſuprapoſiti eādē cū eis hñt propor
tiōalitatē.ſ.armonicā.ergo nō imerito talis nūerorū aggregatio armonica vocatur ꝓpter
duas ratiōes ſupradictas.Hacten⁹ igitur de tribus primis ꝓportionalitatib⁹ q̄ ſunt valde
De īuētiōe harū ꝓpor tionalitatū auctēticæ & magni p̄cii apud grauiſſimos philoſophorū.vñ ad earū facilē īuētiōeꝫ op⁹ ē
rlaꝫ hui⁹ artis adaptare.Nā ꝓpoſitis duob⁹ nūeris ieqlib⁹ ſiue ſit pes ſiue ipates notabilit
trīa ſe ipſis diſtātes:p diuerſā medii nūeri inētiōeꝫ:harū triū ſpērū ꝓportionalitates varia
bun⁹:ita ꝙ iidē nūeri extremi cū vno medio ſit proportiōnalitas arithmetica:cū alio geo
1.regula metrica:& cū alio armonica medietas.ꝓ quib⁹ mediis inueniēdis ponūtur tres regulæ.Pri
ma ꝙ mediū arithmeticū ē dimidiū numeri cōpoſiti ex extremis.vl' eſt numer⁹ addēs ſup
2.regula mīorē medietatē differētiæ extremorū.Secunda rla ꝙ mediū geometricū ſemp eſt radix
quadrata numeri ꝓducti ex mltiplicatiōe extremorū.vel ē nūer⁹ proportiōeꝫ extremorū
p mediū diuidēs.Tertia rla ꝙ mediū armonicū īuenitur ſi mīor numerus p differētiā ex
3.regula. tremorū multiplicicetur:& ꝓducto diuiſo p cōpoſitū ex extremis:nūer⁹ quotiēs eidē mio
ri numero addatur.vt datis his duob⁹ nūeris pibus ꝓ extremis.10.&.40.mediū arithme
ticū iter eos ē.25.geometricū eſt.20.armonicū vero.16.vt pꝫ ex reglis.ſilr poſitis his duo
bus nūeris iparibus.5.&45.mediū arithmeticum inter eos eſt.25: geometricuꝫ eſt.15. ar
monicum autem.9.& ſic de aliis exemplis ſuo modo.

Nō oēs ꝓportionalitates imaginabiles ſūt poſſibiles. Caput quartum de aliis ſeptem proportionalitatum ſpeciebus breuiſſime

Pertractatis diffuſius tribus primis ꝓportionalitatū ſpēb⁹ aliarū potiſſimis: opus eſt
vt ſeptē alias īmo & oēs alias huius generis ſpēs diſſeramus:ſuppoſito prius ordine
mltiplicādi hmōi ſpēs quotquot fuerīt imaginabiles.vt poſtea reiectis ipoſſibilibus certū
numerū ſpērū poſſibiliū colligamus.Quēadmodū feciſſe legitur ariſtoteles ī ſcđo libro

de gñatiõe ad iquirẽdũ certũ nũerũ elemẽtorũ dicẽs: ꝙ q̃ttuor priarũ qualitatũ cõbinatio
Exẽplũ in phisica de elementis.
nes sex sunt imaginabiles: sed ex eis duæ sũt ipossibiles: restãt ergo q̃ttuor tãtũ possibiles
& totidẽ sũt elemẽta. i. simplicia corpora pria. Similia fere dicũt cõmẽtatores iquirẽdo cer
Exẽplũ ĩ logica de predicamentis
tũ nũerũ pdica mẽtorũ i pris itẽtiõibus tã siplicibus tã etiã mixtis siue cognotationis mix
te. nã recte calculãdo quĩgẽta pdicamẽta & eo plura sunt imaginabilia: sed nõ tot sũt possi
bilia: aut saltẽ nõ tot repperibilia i vocabulis sciẽtiarũ & artiũ cõit visitatis vt alias videri
h₃. Nũc ãt ad ppositũ nr̃ȝ dimissa arithmetica pportionalitate (i qua differẽtiarũ tãtũ sili=
Tres q̃ternarii cõparationũ.
tudo & nõ pportionũ æqualitas attẽdebatur) aliarũ spẽrũ oium trib⁹ quaternariis imagi
nabimur modos: vt oẽs pportionalitatũ spẽs sint tredeci: quot etiã moraliũ virtutũ spẽs
notabiles iuenerũt peritissimi philosophorũ. s. prudẽtiã i intellectu & duodecĩ alias virtu=
tes i affectu. ad silitudinẽ sacratissimi collegii xp̃i & suorũ apl̃orũ. Quaternarii ãt suptadi
ctĩ tria hñt hæc pricipia cõparationũ itẽr tres nũeros alicui⁹ pportionalitatis. prĩa cõpara
Tria pricipia q̃ternariorum.
tio est sicut medi⁹ nũerus ad miorẽ. scd̃a sicut maior ad mediũ. tertia sicut maior ad miorẽ
Quelȝ iterũ istarũ cõparationũ i q̃ttuor alias subdiuiditur variãdo p differẽtias illorũ triũ
nũerorũ. vt sic dicẽdo. sicut se h₃ medi⁹ nũerus ad miorẽ: sic se h₃ differẽtia maioris & me
Primus q̃ternarius.
dii ad differẽtiã medii & mioris. vel sicut medi⁹ ad miorẽ: sic eorũ differẽtia ad differẽtiã
maioris & medii. vel sicut medi⁹ ad miorẽ: sic differẽtia extremorũ ad differẽtiã duorum
maiorũ. vl' sicut medi⁹ ad miorẽ: sic differẽtia extremorũ ad differẽtiã duorũ miorũ. Et i=
telligitur p hoc ꝙ dicim⁹ se habere hoc ad illud: pportio maioris ineq̃litatis vni⁹ nũeri ad
alterũ. vt sit sensus qualis est pportio medii nũeri ad miorẽ: talis est pportio differẽtiæ hu
ius ad illã. &c. Silr̃ dicẽdo sicut maior nũer⁹ se h₃ ad mediũ: q̃ttuor iuenim⁹ cõparationes
Secũd⁹ q̃ternarius.
addẽdo: sic se h₃ differẽtia maioris & medii ad differẽtiã medii & mioris. vel sic se h₃ diffe
rentia miorũ ad differẽtiã maiorũ. vel sic se habet differẽtia extrẽorũ ad differẽtiã duorũ
maiorũ. vel sic se h₃ differẽtia extremorũ ad differẽtiã duorũ miorũ. Eodẽ mõ dicẽdo sicut
Tertius q̃ternarius
maior nũer⁹ se h₃ ad miorẽ q̃drifaria est cõpatio: si addatur: sic se habet differẽtia duorũ
maiorũ ad differẽtiã duorũ miorũ. vel sic se habet differẽtia miorũ ad differẽtiã maiorũ. vl'
sic se habet differẽtia extremorũ ad differẽtiã duorũ maiorũ. vel sic se habet differẽtia ex=
tremorũ ad differẽtiã duorũ miorũ. He oẽs sunt iã duodecĩ cõpatiões. pter q̃s sunt adhuc
Aliæ sex cõparationes
imaginabiles aliæ sex. s. dãdo oppositas cõpatiões duab⁹ vltimis in quolibet quaternario.
vt sic se habet differẽtia miorũ ad differentiã extremorũ. vel sic se h₃ differẽtia maiorũ ad
differẽtiã extrẽorũ. & hoc tpliciter variãdo scd̃m tria pricipia supdicta. q̃ tñ oẽs sũt ipossibiles
i nũeris. & etiã vna duodecĩ pcedẽtiũ ẽ ipossibil' vt ostẽdem⁹. restãt ergo vndeci possibiles:
q̃rũ tñ q̃tuor reducũtur ad duas q̃ coicidũt & p eisdẽ nũeris supponũt. & sic restãt decem
spẽs pportiõalitatũ possibiles & p distictis nũeris supponẽtes etiã cõnũerata arithmetica
1 pportiõalitas arithmetica.
pportionalitate: q̃ ab hm̃oi cõparationibus erat aliena: sed aliarũ oium fundamentalis &
pria. cui⁹ diffinitiõe supposita: aliæ oẽs ex pdictis sic sunt diffiniẽde. Secũda ergo pportio
2 geõetrica
nalitas est tres nũeri taliter cõparati ꝙ sicut se habet medi⁹ ad miorẽ: sic se habet differen=
tia duorũ maiorũ ad differentiã duorũ miorũ. vt. 1. 2. 4. & hæc est geometrica. Tertia pro
3. cõtraria geometricæ
portionalitas est in qua sicut medi⁹ ad miorẽ: sic differentia miorũ se habet ad differentiã
maiorũ vt. 2. 4. 5. & est cõtraria geometricæ. Quarta pportiõalitas est sicut medi⁹ ad mi
norẽ sic differẽtiã extrẽorũ ad differẽtiã maiorũ. vt. 3. 5. 8. Quita pportiõalitas sicut medi
Quarta. Quinta.
us ad miorẽ sic differẽtia extrẽorũ ad differẽtiã miorũ vt. 4. 6. 7. Sexta pportiõalitas ẽ tres
6. iterum geometrica
nũeri i qb⁹ sicut maior ad mediũ: sic differẽtia maiorũ ad differentiã miorum. vt. 2. 4. 8. &
hæc iterũ est geometrica. Septia est sicut maior ad mediũ: sic differentia miorũ ad differẽ
7. predicte contraria.
tiã maiorũ vt. 1. 4. 6. & hæc iterũ est cõtraria geometricæ. Octaua ẽ sicut maior ad mediũ
8. est armonica.
sic differentia extremorũ ad differentiã maiorũ vt. 3. 4. 6. q̃ coicidit cũ armonica. Noua p
9 ipossibil'
portionalitas sicut maior ad mediũ: sic differentia extremorũ ad differentiã miorũ. et hæc
10. est iterũ armonica.
est ipossibilis in nũeris. Decima pportionalitas est tres termini i quib⁹ sicut maior ad mi
norẽ sic differentia maiorũ ad differentiã minorũ. vt. 3. 4. 6. & hæc est armonica. Vndecia
11. cõtraria armonicæ.
sicut maior ad miorẽ: sic differẽtia miorũ ad differẽtiã maiorũ. vt. 3. 5. 6. & hæc est cõtraria

Duodecia. Tertiadecima. Ille sex impossibiles.

armonicæ. Duodecima sicut maior ad miorē sic differentia eorū ad differentiā duorū maiorū vt.6.7.9..Tertia decia sicut maior ad miorē sic differentia eorū ad diffetētiā duorū minorū.vt.6.8.9.Post has sequūtur aliæ sex īpossibiles de quib9 pri9 dixim9.& ex supra dictis nona ipossibili existente: atq3 secunda & sexta ad vnā reductis.silr octaua & decima p eadā cōputatis: restāt vt dixim9 decē notabiles pportionalitatū spēs differētes vt p3 hic

Arithmetica prima	.1.2.3.	Quinta .4.6.7.	Nona impossibilis.		
Geometrica secūda	.1.2:4	Sexta geometrica	Decima	Armonica.	.3.4.6.
Contraria tertia	.2.4.5	Septima .1.4.6.	Vndecia	cōtraria	.3.5.6.
Quarta	.3.5.8	Octaua armonica	Duodecia		.6.7.9.
Vbi sole decem hūt nūeros expssosqa ille sole			Tridecia		.6.8.9.

sunt possibiles& aliis nō coicidētes vt patet ex dictis. Restat nūc p cōclusiōe hui9 nr̄æ arithmeticæ itroductiōis vt de maxia pfectaq3 armonia differam9: q̄ trib9 nūerorū interuallia

Maxia ac pfecta armonia.

teste boetio cōstituta magnā vi optinet ī musici modulamīs tēperamētis: & ī speculatione naturaliū q̄stionū pserti apud platonē & pictagoricos. hæc āt armonia q̄tuor numeris solidis cōficitur q̄ sunt.6.8.9.12.i quib9 tres laudatissime pportionalitates prime. atq3 oēs cōsonātiæ musicales disertissime ānotātur. Quod āt hi oēs sint nūeri solidi: hic pbatur. q

Q̄tuor nūeri solidi ī qb9 sunt tres pportionalitates.

mltiplicatiōe ī eplicata triū nūerorū qlibet eorū explicari potest. vt semel duo ter sunt.6. bis duo bis. sunt.8. semel tria ter sūt.9.& bis duo ter sunt.12. q āt in eis sit pportionalitas arithmetica clarū est cōpatatis duobus extremis ad vnū mediū.s.9. geometrica vero: si eadē extrema ad duo media sic referātur: q sicut prim9 nūerus se habet ad tertiū: sic secund9 ad q̄rtū vtrobiq3.n. est sesq̄altera pportio. armonica āt: si extrema ad vnū mediū.s.8. adaptentur. vñ & pprietates harū pportionalitatū supradicte his nūeris sic cōparatis manifestissime cōuenēt pserti ille q̄ de multiplicatiōe vel additione nūerorū mediorū & extreorū loq̄bantur. De cōsonātiis musicalib9 fectlis est pbatio nā.12.ad 9.vel.8.ad.6 est diatesseron. sed.12.ad.8.vel.9.ad.6.est diapente. harū duarū cōsonātiarū differētia est sesgoctaua

In eisdem nūeris oēs cōsonantie musicales.

pportio q̄ & dicitur epocdus inter.9.&.8.deīde.12.ad.6.est diapason cōsonātia. sed differentia maximi ad primū mediū cōparata ad differentiā duorū mediorū ad inuicē est diapason cū diapente. tandē differentia maximi ad secūdū mediū se habet ad eandē differentiā duorū mediorū i q̄druple pportiōe q̄ est bis diapason cōsonātia. Nouissime vero sicut

Res publica est pportionalitas.

pportionalitatea supradictas virtutibus moralib9 cōparauimus: (q̄ i regimīe rei publicæ maxie sunt necessariæ) sic earū tres prime spēs: trib9 valde differentibus rei publicæ spēbus coaptari possunt. ponit etiā aristoteles in tētio suorū politicorū libro: sex rerū publicarū spēs tres primas rectas & studiosas q̄ sunt regnū. optimatus. & res publica: & totidē trāsgressas & viciosas. s. tyrānidē. paucorū potentiā. & popularitatē. bonarū āt & malarū potissima hæc est differentia: q in bona re publica q maiores sunt virtute merito & prudentia: pl9 accipiūt de honorib9 & bonis rei publice: q3 miores in talibus pfectionib9. sed ī mala & tirānica re publica accidit cōtrariū. qa miores virtute & merito: fiunt maiores in honore & pticipatione bonorū rei publice. Quia igitur i arithmetica pportiōalitate i miorib9

Arithmetica pp. paucorū pot. Armonica propor. optimats. Geometrica propor. pp laritas.

termis est maior pportio & e cōtra: paucorū potentiæ tippū gerit. Armonica vero pportionalitas cōtrariā hūs cōditionē optiorū gubernationi assimilatur. Sed geometrica proportionalitas q̄ i vtrisq3 nūeris pportionū seruat æqualitatē: recte popularitas dici potest. hæc et alia multa nobis pfecto inaccessibilia arithmeticæ introductiones cōmoda adducere possunt. In his tamen quæ rudi nostra minerua cōpegimus arithmetica pgustamēta: laus omnis & honor sit summo deo scientiarum largitori: & maioribus nostris quorum opinioaibus communicauimus.

Arithmeticæ introductionis finis

Petri Ciruelli Darocēsis questiūcula

preuia in Musicam speculatiuam Diui Seuerini Boetii.



De elucidationē theorice Musice

(quā diuus Seuerinus Boetius compendiose ex antiquioribus auctoribus recollegit modo quodā introductorio) Videtur in primis querendū an theorica ista Philosophorū cōcordet practice cōmunium musicorū voce aut instrumētis cantantiū. Pro cuius solutione sine argumentis est aduertendū primo: ꝙ musica sciētia cum sit mixta mathematica subalternatur scientie naturali pro ea parte qua agitur de audibili & de auditu in secūdo libro de anima & in libello de sensu & sensato: sicut etiā perspectiua subalternatur eidē Phisice in quantū agit in eisdē locis de visibili & visu: licet vtraqꝫ earū imaginationibus mathematicis res naturales pertractet: et eas demōstrare conetur. nam sicut perspectiua per puncta lineas & superficies de irradiatione lucis & coloris disputabat: ideoqꝫ dicebatur subalternata Geometrie: simili modo etiā musica de sonis & vocibus agēs eas pertractat rationibus numeralibꝰ: hoc est ac si voces essent vnitates & numeri pares aut impares: & easdē proportiones aut proportionalitates que numeris conueniunt: ista in vocibus & sonis imaginatur. Vnde non immerito musica dicitur etiā subalternata arithmetice. Ad hoc propositū quidā exponere volunt & satis bene auctoritatem Aristotelis in cathegoriis capitulo de quātitate vbi ait: est autē quātitas discreta vt numerus & oratio: quia vt aiunt per illa verba noluit dicere que essent species quantitatis discrete de per se ad illud predicamētū pertinentes: sed potiꝰ voluit distinguere duas sciētias que sunt de quātitate discreta: alterā pure mathematicā. s. arithmeticā quā denotat per numerū. & alterā mixtā ex Phisica & Mathematica. s. musicā quā designat per orationem: nō qualemcūqꝫ sed vocalem que est obiectū audibile. vnde & ibi mētionem facit de sillaba breui & lōga. Similiter intelligendā censent litterā Aristotelis sequentē de quātitate cōtinua vbi per lineā superficiem & corpus insinuat geometriā que est pure mathematica: per locū autē & tēpus designat perspectiuā & astrologiam que sunt mathematice mixte de quātitate cōtinua. Secūdo est aduertendum ꝙ sicut Musica supponit ex arithmetica regulas numerorū et proportionum: que sunt principia aut conclusiones arithmetice: sic etiam supponit ex Phisica seu naturali scientia sonum et vocem esse propria obiecta auditus. Nec pertinet ad musicū disputare que res sit sonus aut vox audibilis vtrum. s. res permanens aut successiua: vel vtrū sit substantia aeris vel aliqua qualitas aerem informans & causata in eo ex collisione duorū corporum &c. Quia hoc phisici est inquirere vel potius methaphisici. Scimus enim super hac questione magnas esse & graues philosophorum altercationes. nā qui peritiores & subtiliores reputantur apud eos negant omnes res successiuas in mundo. vnde et consequenter negare habent sonum aut vocem esse qualitatem talem qualē antiquiores ponebant. s. successiuam et nullo modo in aere permanentem sed raptim transeuntem. Isti vero potius sonum & vocem dicunt esse ipsum aerem ab aliis corporibus percussum aut inter ea constrictum et diuisum: sed de his alias operosius. Nunc autem satis sit nobis ꝙ musica nostra ad omnes illas philosophorum diuersitates cōmunis & indifferēs est: dū modo generaliter et cōfuse detur sibi a philosopho sonum esse obiectum audibile: quicquid illud sit: et siue per se siue per accidens ab

auditu percipiatur. et in hac scientia sicut in perspectiua & astrologia omnia vocabu=
la propria sunt mixte cognotantia adduntq; significationem Phisicalem super ter=
minos arithmeticos. vt diapason super duplam proportionē. Diatesaron super sesqui
tertiam. Diapente super sesquialteram. & sic de aliis, cognotant enim tales proportio
nes esse res audibiles. Tertio est aduertendum ꝙ musici vel cantores practici vix aut
raro vtuntur supradictis terminis musice speculatiue scientie: sed ad faciliorem intel=
ligentiam finxerunt sibi quedam vocabula sui cantus puncta denotantia que sunt: vt
re. mi. fa. sol. la. Et per talia puncta ascendendo vel descendendo faciunt in vocibus cō
sonantias aliis tamen vocabulis ab eis nominatas. Nam quod theoricus musicus vo=
cat diapason: practicus dicit octauam. et quod ille diapente: iste quintam nominat. Si=
militer diatesaron vocat quartam. Diapason cum diapente duodecimam. bis diapa=
son appellat quintamdecimam vocem sub vel super aliam. & sic de aliis multis hinc
et inde differentiis: que solū verbales sunt. Nā in re vtriq; idē dicūt. quod sic declara=
mus. ponatur ꝙ vox prima in aliquo cātu sit eleuata aut depressa vt quattuor. tūc alia
vox que super illam ascēdit per septē vel octo ex illis punctis que ponit practicus mu
sicus: facit ad eam consonantiam diapason. que solum per quinq;: diapente. & que
per quattuor: diateseron. Nam octo dupla proportio est ad quattuor. quinq; vero su=
per quattuor si non omnes sint toni integri: est proportio sesquialtera. Quattuorde
niq; puncta si etiam non omnia sint toni: est proportio sesquitertia. similiter vna
duodecima est tripla. et vna quindecima est quadrupla proportio: que bis diapason
appellatur similis processus obseruatur in descendendo sub voce illa prima supradi=
cta que semper est reputāda vt quattuor. Sed ad euitandum oēs scrupulos est sciendū:
ꝙ in punctis illis musice practice est diuersitas. nam quidam eorum ascendunt vel de=
scendunt per tonos integros qui reputantur velut vnitates. Alii vero sunt semitoni: &
nō oēs equales. Itē inter tonos alii sicut maiores alii minores: ꝗuis in hoc sepius pra
ctici decipiātur. Sed de his iā satis: nā in discursu huius sciētie demōstratione euadent
omnia ꝗmanifestissima. Has demonstrationes nuper ex Arithmetica iordani dedu=
ctas: eleganter adiecit magister Iacobus Faber natione gallus hac nostra tempestate
philosophus insignis et celebratissimus. Qui vt in ceteris scientiis solet: ita & in Mu=
sica introductionem edidit hanc quam aggredimur: petꝗ luculentissimam.

Iacobi Fabri Stapulensis Elementa Musicalia ad clarissimũ virum Nicolaum de haqueuille inquisitorum Presidentem.

Decreueram clarissime vir nulli meas elementorum musicaliũ qualescunq; sunt prius dicare vigilias: ꝙ probatas cognouissem. quãuis id me minime lateret demonstrationes: in quibus vel solis vis scientie consistit: non probari non potuisse. Verum si presentium iudicia parui ducis reputasq;: hi tibi ex antiquis summopere musicos commendare labores iure valebunt.

Mercurius	Tamyras	Ptolomeus
Orpheus	Hymenias Thebanus	Eubolides
Pythagoras Samius	Terpander lesbius	Hippasus
Amphion Thebanus	Lycaon Samius	Aristoxenus
Linus	Prophrastus Periotes	Philolaus Pythagoricus
Arion lesbius	Estiacus Colophonius	Archytas Tarentinus
Mydas Phrygius	Tymotheus Milesius	Albinus
Corebus lydius	Nicomachus	Diuus Seuerinus Boecius
Hyagnis Phryx	Plato	
Marsias	Aristoteles.	

Et similium ꝙplurimi quos oẽs eterna memoria disciplinarũ eblãditissima Musica reddidit insignes: ĩter quos duos preceptores meos Iacobũ Labiniũ & Iacobũ turbelinũ annumero tanq̃ ea arte posteritati victuros. Cõmẽdant & eã mirifici ei⁹ effect⁹. Pythagorici enĩ animorũ ferociã tibiis fidibusq; emolliebant. Esclepiades frementis vulgi seditiones crebro cãtu cõpescuit. Ideq; turba surdis medebatur. Damon pythagoricus ebrios & proinde petulãtes adolescẽtes: grauiorib⁹ modulis ad tẽperantiam reduxit. Febrẽ & vulnera musica modulatione curauit antiquitas. Eadẽ quoq; suauitate schias coxẽdicũq; dolores emẽdauit: qđ Hismenias theban⁹ tẽtasse memoratur. Theophrastus ad animi perturbationes moderãdas musicos adhibuisse memoratur modulos. Nec iniuria quidẽ. est enim musica vt quedã moderationis lex atq; regula. Quãobrẽ bono iure eos ridebat Diogenes musicos: qui cũ citharã ad harmonicos cõsensus haberẽt temperatã: animũ gererẽt incõpositũ & prorsus harmonia vite destitutũ. Xenocrates organicis modulis lymphaticos liberauit. Tales Cretẽsis suauitate cithare: morbos pestilentiãq; fugauit. Terpãder & arion Aones & lesbios cãtu a grauissimis morbis leuasse: diuus Seuerinus autor est. Herophilus medicus egrorũ venas musicis pensiculabat numeris. Tymotheus aũt musicus dum voluit efferatum reddidit Alexandrũ ad armaq; furentem atq; aliter cum libuit ab armis ad cõuiuia retraxit emollitũ. Thracius Orpheus ferarũ sensus fidibus: cãtuq; inflexit. hoc est ferinos hominũ mores leges ad citharã canẽdo ad moderatã humanitatẽ reduxit. Cerui fistulis capiũtur studioq; modulationũ detinẽtur. Cygni hyperborei cithare cãtibus alliciũtur. Elephãtes indi organica dulcedine permulcẽtur. Auicule fistulis irretiũtur. Teneros adhuc infantiũ sensus permouent cãtus: crepitaculaq; vagientũ sedãt. Delphinos suis sibi fidibus cõciliauit arion. Serpẽtes cãtibus rũpuntur. Sepultorũ manes cãtibus excitãtur. In actiaco littore mare citharã personare memorãtur. Megaris citharã personat saxũ: & ad cuiuslibet pulsantis ictũ fidicinat. Et possem pleraq; talia vir clarissime ad musicã cõmendationem adducere. At tot tãtisq; & recentiũ & priscorũ cõmendatam autoritatibus tibi nũc ad me atq; bonarũ litterarũ studiis dicatã disciplinam: equo suscipias animo tuis auspiciis lucem habiturã. Et me vnum inter tuos cliẽtulos tuarum virtutum tuiq; nominis obseruatorem esse cognoscito. Vale.

MVSICE

Iacobus Stapulensis Iacobo Labinio & Iacobo Turbelino Musicis: suis charissimis preceptoribus.

QVod inter oratorem atq; rhetora: id inter cantorem & musicum interesse volunt: neq; oratorem quemq̈ dici mereri qui idem rhetor non sit. ita vestrum semper iudiciū fuit: vt ne cantor quidē dici mereatur vnq̈: qui idē musicus non fuerit: pulchre mimos: et hystriones a cantorum honesto cetu sequestrantes tanq̈ Epicureos a sobria mensa: castoq; philosophorum dogmate. nec iniuria nam Homerus diuinus Poeta vbiq; doctum et seria modulatum introducit cantorem vt apud Odysseam vbi Penelopē Phemiū Fidicinē ad neruos verba mouentem his verbis allocutam effingit.

Preterea illachrimans diuum est affata canentem
Phemi multa tenes hominum mulcentia pectus
Facta hominum atq; deum: et que laudem autoribus addunt.
Ex iis pange aliquid.

Et quales Homerus probat: vos minime tales esse dubito vt qui dudum a vobis prima musices rudimenta perceperim. Quapropter ad vos nostros labores examinandos committo. quos eo libentius me suscepisse fateor: quo musicalem scientiam neq; apud Grecos neq; latinos quidem vnq̈ elementis traditam esse legerim: at introductiones q̈plurimas inter quas ea omnium nobilissima est quā diuus Seuerinus Boecius sui monumentum reliquit. quem vnum in hac re preserti delegim meorū studiorum ducem. Si ergo probaueritis satis mihi est. In re enim nostra malumus aliorum iudicia sequi: q̈ propria probare. Valete.

Antiqui qui de musica scripserunt.		Insignes ex recentioribus qui de eadem scripsere.
Democritus	Plato	Albinus
Heraclides Ponticus	Aristoteles	Diuus Seuerinus
Thimotheus milesius	Theophrastus	Basilius
Philolaus Pytbagoricus	Nichomacus	Hylarius
Architas tarentinus	Aristoxenus	Augustinus
Duo Theodori	Ptolomeus	Ambrosius
Xanthus atheniensis.		Gelasius.

Argumentum quattuor librorum musices.

Primus liber interualla musicis modulationibus acōmoda discutit. multiplex: duplare, triplare, quadruplare. superparticulare: sesquialterū, sesquitertiū, sesquioctauum, bis sesquioctauum, ter sesquioctauum: quater sesquioctauum, quinquies & sexies, sesquioctauum.

Secundus de tono, integro toni dimidio, semitonio minore, semitonio maiore, cōmate, schismate, atq; diaschismate.

Tertius de sesquitono, ditono diatessarū, diapente, diapente & tono, diapason, diapason & trisemitonio, diapason & ditono, diapason & diatessaron, diapason & diapēte, diapason diapēte & tono, disdiapason, ac integro toni & cōsonantiarū oīm dimidio. Et de maximarū Harmoniarū cōsonantiis: & quarūdam medietatum.

Quartus de monochordo, tetrachordo, pentachordo, heptachordo, octochordo, pentadecachordo, diatonicis, chromaticis, enarmonicis melodiis. Et de melodiarū modis. Et hec sub breuitate contracta: argumentum libri sunto.

Iacobi Fabri Stapulensis Elementorum Musicalium ad clarissimum virum Nicolaum de haqueuille presidentem Parisiensem Liber primus.

Diffinitiones

Nteruallum est soni grauis acutiq3 spaciorum habitudo.

Spacium vocamus neruu: chordam: expiratum aerem: et quidquid simile est: a quo sonum elicimus.

Multiplex interuallum est quoties maius spacium cõtinet minus pluries. vt bis: et duplex interuallum dicitur. vt tertio: et dicitur triplex. vt quarto et quadruplex nuncupatur. & hoc pacto deinceps.

Interuallum superparticulare est cum maius continet minus: & partẽ eius aliquam.

Pars est que metitur totum: ipsum aliquoties sumpta restituens.

Si maius continet minus et eiusdẽ dimidium: sesqualterũ nominatur interuallum.

Si maius continet minus et minoris partem tertiam: dicitur sesquitertium.

Si vero continet minus et eiusdem minoris partem octauam: epogdoum: sesquioctauumq3 nominatur. Et ita reliqua superparticularia interualla perfacile est diffinire: sed parum musico conducunt proposito.

Superpartiẽs autem diceretur interuallum: si maius contineret minus et minoris partes aliquot: que partem vnam non efficiunt.

Numeri sunt adinuicem primi: quos sola metitur vnitas.

Dignitates.

1 Vicquid metitur alterum: metitur et omne mensuratum ab illo.
2 Compositum in ea resoluitur simplicia: ex quibus componitur.
3 Cuiuslibet numeri pars est vnitas: ab eo denominata.
4 Vnitas in quemcunq3 numerum ducta: ipsum producit.
5 Quicquid metitur detractum et residuum: metitur & totum.
6 Quecunq3 vni et eidem equa sunt: & ea inter se sunt equa.
7 Et que inter se sunt equa: eiusdem sunt eque multiplicia aut submultiplicia.
8 Eorum quorum tota sunt equa: et dimidia sunt equa.
9 Quicquid bis auctum aliquid transcendit: id vltra illius dimidium esse necesse est.
10 Et quod duplicatum non implet integrum: id profecto non continet dimidium.
11 Omne totum est maius sua parte.

Petitiones.

1 Data equali chorda: que spacii ad spacium proportio est: eam esse & soni ad sonum.
2 Inter numeros sola vnitate distantes: nullum intercipi posse medium.
3 Spacium quodlibet in quotlibet equas partes diuidere.
4 Totum ad suam partem: et laxius ad se tensum: grauiorem sonum edere.
5 Omnem proportionem esse tanq̃ numeri ad numerum.
6 Si numerus numerũ datũ multiplicet: ideq3 productũ diuidat: numerũ datũ redire.
7 Si numerũ datũ numer9 diuidat: & qđ ꝓuenit rursus multiplicet: numerũ datũ redire
8 Extremorũ proportionẽ ex mediorũ proportionib9 vt suis partibus esse cõpositã.
Extremi ordinatarũ proportionũ: maximus minimusq3 terminus intelliguntur.

¶ Scietia subalternata qualis ad Arithmeticam Musica est: principiis et demonstratis scientie prioris subalternantisq3 vtitur. Et studuimus vt q̃ fieri potest rarissime id in hac disciplina fiat. verum plerisq3 vbi oportunum videbitur alio q̃ in arithmeticis factum est vtemur demonstrandi modo: quo singula magis ex propriis facta videantur q̃uis arithmetico suffragio atq3 iis que in arithmeticis monstrata sunt eadem promptius faciliusq3 fierent: attamen quando id fiet & quando non sequentibus demonstrationibus cuilibet perq̃ perspicuum euadere poterit.

Si intervallum multiplex binario multiplicetur: id quod fit ex hac multiplicatione intervallum multiplex est. 1

d	e	c	
16	8	4	Multiplex ex duplatione.
4	2		Multiplex intervallum.
A	B		

Intervallum binario multiplicare: est intervalli habitudinem duplare que quo pacto duplanda sit ducendum tertia propositione quinti Arithmetices notum esse potest. vt si a b sit intervallum quodcunque quod binario multiplicare iubeamur: ipsum per tertiam quinti multiplicabimus si ducimus a in se et b in se provenianque d e eritque productorum d et e duplex intervallum intervallo producentium a b. Quod si rursum ducimus a in b proveniatque productum c erit per sextam quarti que proportio d ad c eadem c ad e et intervallum d c in duo equa partitum. Sed esto nunc vt intervallum a b sit multiplex quemadmodum proponit propositio quod modo pauloante dicto: binario multiplicetur: sitque duplum d c et ea proportio d ad c et c ad e: dico intervallum d ad c esse multiplex. Nam cum a ad c multiplex sit intervallum cum geminatur manifestum est multiplex addi multiplici quare per vicesimamsecundam noni Arithmetices statim notum est intervallum compositum multiplex esse. et propositum. Sed idem aliter hic demonstratur: Quoniam enim que proportio a ad b ea est d ad c et c ad e. nam vtraque proportionis duplate a ad b medietas. Proportio autem a ad b posita est multiplex: igitur et proportio d ad c multiplex est. metitur igitur per diffinitionem multiplicis: c ipsum d vel bis vel ter vel deinceps. Et eodem quoque iure c totiens metitur ipsum e. quare et c per primum communem conceptum metitur ipsum a. Quidquid enim alterum metitur: metitur et omne quod mensuratum est ab illo. Est itaque per diffinitionem intervallum a c multiplex. quod erat ostendendum.

Si fuerint termini proportionaliter constituti: cum primus fuerit vltimo comparatus si primus vltimum fuerit mensus: metietur et secundum. 2

2	4	8		1	2	4	A b c tres termini proportio
a	b	c		d	e	f	nales quorum a numerat b.

Tametetsi hanc decimatertia quarti demonstret sufficienter: eam tamen amplius hoc in loco volumus manifestare. Sint enim a b c termini proportionabiliter constituti et a numeret c: dico idem a numerare b. capio enim d e f terminos in ea proportione minimos. Quoniam enim d ad e vt a ad b: et e ad f vt b ad c. igitur per equam proportionalitatem quam vicesimaprima secundi Arithmetices monstrat d ad f vt a ad c. sed a per hypothesim metitur c: igitur et d metietur f. At quia d e f positi sunt in sua proportione minimi. ergo per quintam quarti d et f sunt adinuicem primi. Et cum d seipsum metiatur pariter et f per diffinitionem d est vnitas. At vero cum vnitas sit omnis numeri pars: d ergo metietur e. Et cum a ad b vt d ad e: metietur igitur a ipsum b secundum terminum: quod erat cognoscendum atque propositum.

Si intervallum binario multiplicatum: multiplex effecerit intervallum: ipsum quoque multiplex erit. 3

2	4	8	A b intervallum binario multiplicatum
a	b	c	multiplex efficiens.

Hec est conversa prime: cuius hec est ratio. Nam cum intervallum compositum multiplex sit et per secundam communem scientiam resoluatur in id intervallum ex cuius multiplicatione crevit siquidem compositum omne: in ea simplicia dissoluitur ex quibus coalitum | concretum | compositumque esse cognoscitur per sexagesimam noni intervallum simplex multiplex erit. At id idem aliter ostenditur. Nam si a b c geminatum intervallum sit multiplex sic vt c multiplex sit ad a et ea proportio a ad b et b ad c: quoniam c ad a erit multiplex: a per diffinitionem metietur ipsum c. quare et per precedentem a metietur ipsum b. Est igitur intervallum simplex b ad a per diffinitionem multiplex. et propositum.

4 Si terminorum intervalli primus ad secundum comparatus sese vt tertius ad quartum habuerit: quot proportionaliter medii primo et secundo: totidem tertio & quarto interuenire necesse est.

E medium proportionale inter d et f tertium & quartum vt b inter primum et secundum.

27	18	12		18	12	8		9	6	4		2
a	b	c		d	e	f		g	h	k		l.

¶ Hanc duodecima quarti monstrat cuius adhuc hic vt ad sequentia momentum habens: cognitio promptior habeatur: repetitur demonstratio.

¶ Sit a cuiuscunque intervalli primus terminus ad c secundum vt d tertius ad f quartum: et sit b medius proportionaliter cõstitutus inter a & c. dico etiã inter d et f interuenire vnum proportionaliter medium. Capio enim per sextam quarti g h k tres minimos secundum proportionem a ad b ex argumento ex vicesima prima secundi per equam proportionalitatem g ad h vt a ad b et h ad k vt b ad c. igitur g ad k vt a ad c. quare et vt d ad f. at si d et f sunt iidem termini cum g k manifestum iam est inter d et f interuenire vnũ proportionaliter medium. Sin minus: ergo per vicesimam tertiã Arithmetices g et k metientur d et f equaliter: sitque id secundum l. duco ergo l in g h et k & prouenient d e f per septimam secundi d ad e vt g ad h et e ad f vt h ad k. quare e interuit proportionaliter medius terminis d & f quod erat monstrãdum.

5 Superparticularis intervalli medius numerus: neque vnus neque plures proportionaliter interuenient.

At proportio superparticularis: in duo equa diuidi non possit.

27		18						Hic spacium superparticulare.
A	b	c		d	e	g	f	De f tres minimi proportionis a ad b.

¶ Hanc intelligimus: nullum superparticulare intervallum in duas aut plures intervallorum habitudines proportionesque secabile esse. quod demonstratione proxime subiuncta perque facile liquebit.

¶ Sit a c intervallum superparticulare quod diuidatur in duo equalium habitudinum spacia a b & b c certis constitutisque numeris si possibile est. Sitque idcirco vt a ad b ita b ad c. capio per sextam quarti Arithmetices d e f tres minimos continue proportionales in proportione a ad b. et quia d ad e vt a ad b et e ad f vt b ad c: ergo per equam proportionalitatem d ad f vt a ad c. Atqui a ad c positum est superparticulare intervallum: igitur & d ad f est superparticulare. At vero quoniam d e f sunt tres illius habitudinis minimi termini: igitur d et f primus & vltimus per primam quarti sunt adinuicem primi. Et cum d monstratus sit superparticularis ad f: per diffinitionem d continet f et eius partem que ideo per diffinitionem metitur f. Et si ea pars sit numerus cum ea etiam per communem conceptum metiatur d: metietur enim se partem detractam & residuum quod equum est f. non erunt ergo d et f adinuicem primi cuius oppositum iam monstratum est & impossibile. erit ergo ea pars vnitas. Tunc addo vnitatem ipsi f & fiat g: vt g & f solius vnitatis discrimine distent. mox argumentor d ad f vt g ad f. sed inter d et f positus est vnus interuenire medius igitur per precedentem & inter g et f numeros sola vnitate distantes interuenit intercipiturque aliquis numerus medius quod per secundam petitionem est impossibile. non igitur superparticularis intervalli vnus medius interuenit numerus. neque quoque eodem argumento interuenient plures. Et hanc etiam demonstrat sexagesimaprima noni. Et ex hac quoque cognoscitur reprehensionem demonstrationis Archite: quod nulla superparticularis in duo equa diuidi possit quam tertio institutionis musice capite vndecimo videtur diuus Seuerinus adducere non tam esse diui Seuerini quam Nichomachi aut aliorum quos interpretatur elegantissime qui & simile in plerisque tum Arithmetice tum Musice institutionis locis fecisse comperitur. Et non verentur quidam (pace omnium dixerim) eius libros perlustrare non vt sciant sed vt exsurculent et canino more siquid hians | subsultansque appareat astius dentem infigant | mordeant & reprehendant et sanctum et venerabile Philosophie nomen et suorum conuitijs lacerẽt: & quod aliorum vitium est si quod est diui Seuerini exclament errorem faciantque aliorum crimine reum. et cum nihil norint volunt litterarios duces insectando | carpendo | lantendo omnia scire videri: atque supra Philosophicos vertices sese gloriabundos extollere faciuntque quod est apud Comicum ne intelligendo vt nihil intelligant quos idem statim vt maledicere desinant ammonet malefacta ne cognoscant sua. Sed hec preter presentis negocii officium. de Philosophia enim qui recte fuerint natura instituti vel absque monitione semper recte cogitabunt. qui enim secus faciunt ab eorum se segregant consortio et vt Philosophi quales se videri volunt non amplius esse cognoscantur necesse est.

Si interuallum non multiplex binario multiplicetur: id quod fit ex hac multipli- 6
catione neq; multiplex est: neq; superparticulare.

9	6	4	A c interuallum neq; multiplex neq; superparticulare.
A	b	c	A c duplatum interuallum a b quod quidem est non multiplex.

¶ Si interuallum non multiplex a b: et duplum sit a c. ita vt ea sit proportio a ad b z b ad c. dico interuallum a c neq; multiplex esse neq; superparticulare. quoniam si a c primo ponatur multiplex: ergo per tertiam presentis et a b interuallum erit multiplex at positum est non multiplex. Et si secundo dixeris a c esse interuallum superparticulare: cum sit a ad b vt b ad c erit interualli superparticularis medius proportionalis terminus quod per precedentem est impossibile. Est itaq; notum si interuallum non multiplex binario multiplicetur compositum interuallum minime aut multiplex aut superparticulare esse. et propositum.

Si interuallum binario multiplicetur: atq; id quod ex ea multiplicatione creabitur 7
multiplex non sit: ipsum quoq; non erit multiplex.

¶ Hec est conuersa precedentis. Sit ergo superioris propositionis figura in qua interuallum a c proueniat ex duplatione habitudinis interualli a b et non sit a c interuallum multiplex. dico itidem interuallum a b non esse multiplex. Nam si a b interuallum multiplex est: cum a c per hypothesim ex interuallo a b binario multiplicato surgat: ergo per primam presentis interuallum a c multiplex erit. At positum est non multiplex: ergo si interuallum non multiplex ex alicuius interualli binario multiplicatione nascatur neq; ipsum quoq; ex cuius multiplicatione ortum est multiplex erit: quod erat monstrandum.

A numero partium superparticularis interualli que in vnum adacte totum resti- 8
tuunt et numero vno maiore: quot interualli maiores termini simul: minoribus si-
mul acceptis respondeant: cognoscuntur.

A 3	4	5	6	7	8	9
B 2	3	4	5	6	7	8
C 2	3	4	5	6	7	8
D 3	4	5	6	7	8	9

¶ Sit a ad b interuallum superparticulare manifestum est per diffinitionem superparticularis a continere b et vnam partium b. ea igitur pars secundum numerum c: constituat suum totum b: et sit d numerus vno maior c: dico a sumpta secundum numerum c equa esse b sumptis secundum d. Nam a secundum c sumpta continent b secundum c sumpta et insuper partes b sumptas secundum c. Atqui positum est eas secundum c constituere vnum b. igitur a secundum c sumpta continent b sumpta secundum numerum vno maiorem c. At vero d positus est numerus vno maior c. ergo a sumpta secundum c: continent b sumpta secundum d. quod erat monstrandum. Et si exemplarem requiris declarationem: si a ad b interuallum est sesqualterum: quoniam a sesqualterum est ad b. ergo a continet b z eius dimidium: et duo dimidia per commune prolo- quium suum totum reddunt. Dico ergo duo a tantum esse quantum tria b: quoniam enim duo a continent duo b. et insuper duo dimidia b que vnum b restituunt: ergo duo a continent tria b: tribusq; euadunt equalia. Et si a ad b est sesquitertium a continet totum b et tertiam partem b. at tres tertie b eque sunt vni b. ergo superiore argumento tria a continent quattuor b: quattuorq; euadunt equalia. Immo data quacunq; superparticulari maiores termini secundum proportionis minorem numerum: equantur minoribus terminis secundum proportionis maiorem numerum sumptis. vt si a ad b sit sesquiquinta: quoniam minimi sesquiquinte sunt 6 et 5. Idcirco quinq; a equi sunt sex b. et in non minimis quoniam 12 et 10 sunt termini sesquiquinte 10 a equantur 12 b. Et si a ad b sit sesquioctaua: quoniam minimi sesquioctaue sunt 9 z 8. idcirco 8 a tantum sunt quantum nouem b. Et quia rursum 18 ad 16 sesquioctaua: ideo sexdecim a equi sunt 18 b. et ita in ceteris. Sed si id non modo particulariter sed z vniuersaliter contemplari cupis id vniuersaliter verum erit.

Data quacunq; proportione: maiores termini secundum numerum minorū sum- 9
pti: equi sunt minoribus secundum numerum maiorum sumptis.

a Suppti	3	4	5	6	7	8	9	Multi-	2	3	4	5	6	Suppar	5	7	9	11
b culares	2	3	4	5	6	7	8	plices.	1	1	1	1	1	tientes.	3	4	5	6

¶ Ut sit a ad b quecunq; proportio et a maior terminus: b vero minor. dico a sumptos secundum b numerum minorem equos esse b sumptis secundum a numerum maiorem. Nam per octauam primi Arithmetice quod fit ex a in b: equum est ei quod fit ex b in a. At vero quod fit ex a in b: sunt a sumpti secundum b. et quod fit ex b in a sunt b sumpti secundum a. igitur a sumpti secundum b equantur b sumptis secundum a et in quibuslibet alijs eadem est demonstratio ⁊ propositum.

10 Cum aliquot maiores termini aliquot minoribus equi sunt: ea vnius maiorum ad vnum minorum reperitur proportio: que et numeri minorum collectorum ad maiorum collectorum numerum.

¶ Hec est conuersa precedentis. Quoniam per precedentem minores collecti secundum numerum maiorum equi sunt maioribus secundum numerum minorum collectis. Sed numerus maiorum est vnus terminus maior et numerus minorum vnus terminus minor. ergo eadem est proportio vnius maiorum ad vnum minorum: que numeri minorum collectorum ad numerum maiorum collectorum. Et quãq̃ he due vltime conclusiones faciles sunt; vna tamen earum paulo latentior est. Per primam enim earum que nona est: habemus si numerus maior ad minorem sesquialter est vt trium ad duo: duo maiores equi sunt tribus minoribus. Et si maior ad minorem sesquitertius vt 4 ad 3: tres maiores equi sunt quattuor minoribus. Et si maior sesquiquartus vt 5 ad 4 quattuor maiores equi sunt quinq; minoribus. Si vero maior sesquioctauus: octo maiores equi sunt nouem minoribus. ⁊ ita in consimilibus. In multiplicibus autem si maior duplus est vt duorum ad vnum: vnus maior equus est duobus minoribus. Si triplus; vnus maior equus est tribus. Si quadruplus: vnus equus est quattuor. Si octuplus: vnus equatur ad octo. Insuper partientibus vero cõsimile est: vt si maior est superbi tertius vt 5 ad 3: tres maiores equi sunt quinq; minorib⁹. Si super triquartus vt 7 ad 4: quattuor maiores equi sunt septem minoribus. Si vero super octupartiens vt 17 ad 9: nouem maiores equi sunt decem ⁊ septem minoribus. ⁊ hoc pacto in reliquis.

¶ Ex vltima autem hanc in superparticularibus vtendi regulam elicimus. Si duo maiores equi sunt tribus vt minoribus quattuor ad sex| sex ad nouẽ| octo ad duodecim: vnus maior ad vnum minorem sesquialter est. Et si tres equi sunt ad quattuor; sex ad octo maior ad minorem est sesquitertius. Si quattuor maiores equi sunt quinq; minoribus: aut octo ad decem: vnus maior vnius minoris est sesquiquartus. Si vero octo maiores nouem minoribus sunt equi: vnus maiorum ad vnum minorum cognoscitur sesquioctauus. In multiplicibus. si vnus duobus: duo ad quattuor| tres ad sex equi sunt: maior minoris est duplus. Si vnus tribus| duo ad sex: vnus maior minoris est triplus. Si vnus ad quattuor: et duo ad octo: vnus maiorum ad vnum minorum est quadruplus. Si vero vnus ad octo duo ad sedecim: maior minoris est octuplus. ¶ In superpatientibus. si tres maiores equi sunt quinq; minoribus: aut sex ad decẽ: vnus maior ad minorem est superbitertius. Si quattuor maiores septem minoribus: maior minoris est supertriquartus. Si vero nouem equi sunt ad decem ⁊ septem: maior minoris est superoctupartiens. ¶ Et in cõpositis numeris simile est. vt si duo a equi sunt quattuor b ⁊ dimidium vnius: quemadmodum in duobus coniunctis sesquialteris. quoniam 4 et vnius dimidium ad 2 duplum sunt et sesquiquartum: idcirco vnus a ad vnum b duplus est atq; sesquiquartus. Si tres a equi sunt ad quattuor b et tertiam vnius: vt in duobus sesquitertijs quoniam quinq; ⁊ tertia vnius continent tres semel duas tertias ⁊ vnam nonam. proinde vnus a continebit b vnum duas eius tertias et vnam eius nonam. Si quattuor equi sunt ad sex ⁊ quartam vnius: vt in duobus iunctis sesquiquartis: quoniam sex ⁊ quarta vnius continent| quattuor dimidium| et decimam sextam ex quattuor: ideo vnus maior continet minorem semel| eius dimidium| ⁊ eius vnam decimamsextam. Si vero octo valent decem ⁊ octauam vnius vt in duobus sesquioctauis: quoniam decem continent octo: et quartam: ⁊ octaua vnius ad octonos vna est sexagesimaquarta: ideo vnus maiorum continet minorem semel| eius quartam partem| et eius sexagesimamquartam. Et si compositionis series protensior euadit: vt si duo a equi sunt sex b| medietati vnius et quarte vt in coniunctione trium sesquialterorum: quoniam sex continent duos ter ⁊ dimidium vnius est quarta pars duorum: et quarta pars vnius est octaua pars duorũ. Idcirco vnus a triplex est b vnius insuper quartam atq; octauam partem b continens. Et si tres equi sunt ad septem ⁊ nonam vnius quod in tribus sesquitertijs coniunctis euenit: quoniam septem: bis continẽt tres: ⁊ trium tertiam partem: et nona vnius ad tres est vicesimaseptima. ideo vnus maiorum continet minorem bis| eius tertiam| et eius vicesimamseptimam. Et si quattuor equi sunt septem dodranti vnius hoc est tribus quartis et insuper decimesexte vnius: vt in coniunctione trium sesquiquartorum: quoniam septẽ continent semel quattuor et tres quaternarij partes: et tres quarte vnius ad quattuor sunt tres decime sexte: ⁊ decimasexta vnius est ad quattuor vna sexagesimaquarta. idcirco vnus maior continet vnum minorem semel| et dodrantem| et tres decimassextas atq; vnam sexagesimamquartam. Si vero octo equi sunt ad vndecim| tres octauas vnius ⁊ vnam sexagesimamquartam: vt in tribus sesquioctauis coniunctis: quoniam vndecim continent semel octonarium et octonarij tres partes: ⁊ tres octaue vnius sunt ad octo tres sexagesimequarte. ⁊ vna sexagesimaquarta ad octo est vna quingentesima duodecima. hinc fit vt vnus maiorum contineat minorem semel| tres eius octauas| tres sexagesimas quartas et vnam quingentesimam duodecimam. Et hec adiecimus quo vsus harum duarum vltimarum in sequentibus patentior| manifestiorq; habeatur.

Duplex internallum ex duobus maximis superparticularibus: sesqualtero atq; sesquitertio coniungitur. 11

6	4	3	A c duplex interuallum.
a	b	c	A b sesqualiter b c sesquitertius.

¶ Sint a b c interuallum: a quidem sesqualter ad b: b vero sesquitertius ad c: dico a duplum esse ad c. Quoniam enim a sesqualter est ad b: ergo per octauam huius duo a equi sunt ad tres b. et rursum quia b sesquitertius ad c: igitur per eandem tres b equi sunt quattuor c: et tres b positi sunt equi duobus a. duo igitur a equi sunt ad quattuor c. cum quecunq; vni eidẽq; equalia sunt inter se sint et equalia. et quattuor numerum minorum collectorum duplex est duorum numeri scilz collectorum maiorum. igitur per precedentem vnus a duplex erit ad vnum c. quod erat demonstrandum. potest et hoc vltimum etiam demonstrari. Quoniam est duo a equi sunt quattuor c: vnum a per octauum proloquium equus est duobus c. quorum enim tota equa sunt et eorum quoq; dimidia sunt equa. At duo c dupli sunt vnius. igitur et vnus a duobus c equus: duplex erit c vnius quod fuisset monstrandum.

Ex duplici interuallo atq; sesqualtero: triplex nascitur interuallum. 12

6	3	2	A c triplex interuallum.
a	b	c	A b duplex interuallũ. b et c sesqualterum

¶ Sint a b c interuallum: et a quidem ad b duplex et b ad c sesqualter. dico a eius quod est c triplicem esse. quoniam enim a ad b duplex est: ergo a per diffinitionem continet bis b. igitur a equatur duobus b. et quia b sesqualter est ad c: igitur b continet c et eius partem dimidiam. ergo per octauam huius duo b equi sunt tribus c: et duo b equi erant vni a. igitur et tres c equi erunt vni a. tres autem triplex sunt vnius. igitur per decimam vnum a triplex est vnius c. quod erat demonstrandum.

Duo duplicia interualla: quadruplex coniungunt internallum. 13

4	2	1	A c duplex interuallum.
a	b	c	A c geminatum duplex interuallum.

¶ Sit a duplex ad b: et b duplex ad c. dico quoniam a quadruplex est ad c. Nam quia duplex est ad b: igitur duo b equi sunt vni a. et rursus quia b duplex est ad c: igitur duo c equi sunt vni b. et si duo c equi sunt vni b: quattuor c equi erunt duobus b. At duo b positi sunt equi vni a: igitur et quattuor c equabuntur vni a. At quattuor quadruplum sunt vnius. igitur per decimam vnus a quadruplex est vnius c. quod erat ostendendum.

Terminũ reperire: ad quẽ quotcunq; volumus: liceat superparticulares assignare. 14

9	8	6	A ad c sesqualter.
a	b	c	B ad c sesquitertius.

¶ Sit propositum terminum reperire ad quem sesqualterum et sesquitertium volumus assignare. Capio duo et tria numeros denominantes partes sesqualteri atq; sesquitertii: duo siquidem sesqualterum et tria sesquitertium denominant. et duco duo in tria: proueniatq; ductu illo c manifestum est c habere partem dimidiam pariter et tertiam. iungo ad c partem eius dimidiam: et compositum sit a. et iterum ad c iungo partem eius tertiam: et sit compositus b. quoniam enim a continet c et eius partem dimidiã: ergo per diffinitionem a ad c sesqualter est. et quoniam b continet c et eius partem tertiam: b itidem ad c sesquitertius. c igitur repertus est terminus ad quem petiti superparticulares rite sunt assignati. et hac lege de quibuslibet esse operandum: vt si essent assignandi sesquioctauus et sesquinonus: duc octo in nouem et surget terminus octauam | nonamq; partem possidens: ad quem et sesquioctauum et sesquinonium rite assignaueris. et eodem quoq; pacto modo tres: modo quattuor aut quotquot libuerit ad eundem terminum assignabis.

640	600	576	540	480
a	b	c	d	e

vt si ad eundem terminum peterentur assignari sesquitertius | sesquiquartus | sesquiquintus | et sesquioctauus ducantur tria | quattuor quinq; et octo in se inuicem et proueniat e qui idcirco habet in se tertiam | quartam quintam et octauam. Adiungo e suam tertiam compositusq; sit a. et suam quartam et compositus sit b. suam quintam compositus sit c. suam deniq; octauam et compositus sit d. dico demonstratione superiore: quoniã ad e constituti sunt a b c d sesquitertius | sesquiquartus | sesquiquintus | et sesquioctauus: quemadmodum presens monstrat formula.

15 Si sesqualtero interuallo sesquitertium demptum fuerit interuallum: erit quod relinquitur sesquioctauum.

9	8	6	A c sesqualter. B c sesquitertius.
a	b	c	A ad b sesquioctauus.

Sit c terminus ad quē per precedentē assignati sint a sesqualter: ⁊ b sesquitertius. ab a c sesqualtero subduco interuallum sesquitertium b c: relicto interuallo a ad b: quod dico esse sesquioctauum. quoniam enim a eius quod est c est sesqualter: a semel habet c et eius dimidiam partem. quare per octauam huius duo a equi sunt tribus c. ⁊ quattuor a sex c. et octo a ad duodecim c. Rursus quoniam b huius quod est c sesquitertius est. b igitur habet in se c ⁊ eius tertiam partem. quo fit vt per eādem octauam tres b equi sint quattuor c. ⁊ sex b octo c ⁊ nouē b ad duodecim c. at octo a quidē equi erāt ad duodecim c. igitur octo a equi sunt ad nouē b. per decimā igitur a continet b ⁊ eius octauā partem. estq; a sesquioctauus ad b ⁊ ppositū.

16 Interualli quarta & duodecima vnam eius tertiarum restituunt.

Nam quattuor interualli quarte: totum complent interuallum. ⁊ duodecim eiusdem interualli duodecime: totum itidem complent interuallum. quare quattuor quarte ⁊ duodecim duodecime adinuicem equantur. due igitur quarte sex duodecimis | et vna quarta tribus duodecimis sunt eque. quorum enim tota equa sunt: et eorum dimidia. At quattuor duodecime: duodecim duodecimarum sunt vna tertia; quare ⁊ vna totius tertia cui quidem duodecim ille duodecime cognoscuntur esse idem atq; eque. vna igitur totius quarta que tribus duodecimis equa esse monstrata est et vna duodecima illi adiuncta: totius tertiam partem restituunt. Equantur enim vna tertia ⁊ vna duodecima quattuor duodecimis. quod erat demonstrandum. Et quis hec demonstratio sequentis gratia particulariter facta sit: possis tamen modo consimili monstrare omnem minorem cuiuscunq; totius interualli partem: proxime maiorem partem efficere: illi adiecta vna partium a numero qui ex ductu denominationum vtriusq; partium enascitur: denominata. vt totius tertia pars minor est: ⁊ secunda proxime maior: et si duo in tria duxeris sunt sex: idcirco vna tertia atq; vna sexta vnam restituunt secundam. Similiter quoq; quarta ⁊ quinta partes sunt proxime maior atq; minor: et si ducis quinq; in quattuor surgunt viginti: proinde vna quinta ⁊ vna vicesima: vnam quartam restituunt. et hoc pacto in sequentibus vt subiecta monstrata formula.

Tertia et sexta	vnam secundam efficiunt.
Quinta et vicesima	vnam quartam.
Sexta ⁊ tricesima	vnam quintam.
Septima ⁊ quadragesimasecunda	vnam sextam.
Octaua ⁊ quinquagesimasexta	vnam septimam.
Nona ⁊ septuagesima secunda.	vnam octauam.

17 Due proportiones sesquioctaue: minores sunt sesquitertio interuallo.

81	72	64		A c duo sesquioctaui coniuncti.
a	b	c	d	A d sesquitertium interuallum.

Continua per sextam quarti Arithmetices duas sesquioctauas inter a ⁊ c: ita vt a sesquioctauus sit ad b | et b sesquioctauus ad c. et sit a ad d sesquitertium interuallum. Dico a ad c minus esse interuallum q̄ a ad d. Quoniam enim a sesquioctauus est ad b: ergo per octauam huius octo a equi sunt ad nouem b. sed ⁊ quia b etiam sesquioctauus est ad c: per eandem octo b tanti sunt atq; nouem c. Et cum vnus b equus sit vni c ⁊ octaue eius. ergo nouem b equi sunt decem c ⁊ octaue vnius c. Atqui nouem b monstrati sunt equi esse octo a: igitur octo a equi sunt decem c ⁊ octaue vnius. At decem ⁊ octaua vnius continet octo semel | eius quartam ⁊ eius vnam sexagesimamquartam. ergo per decimam huius vnus a continet vnum c | vnam eius quartam | et vnam sexagesimamquartam: ⁊ vna quarta ⁊ vna sexagesimaquarta per precedentem minus sunt vna tertia: complent enim quarta ⁊ duodecima vnam tertiam. duo igitur sesquioctaui minus sunt vno sesquitertio interuallo. quod erat demonstrandum.

18 Tres sesquioctaui: amplius sunt sesquitertio: minus autem sesqualtero interuallo.

729	648	576	512	A d tres sesquioctaui coniuncti.
a	b	c	d	

Sint a b c d tres coniuncti sesquioctaui: vt a ad b primus sit sesquioctauus | b ad c secundus | et c ad d tertius: dico primo a ad c amplius esse sesquitertio. Quoniam enim a ad b ⁊ b ad c duo sunt sesquioctaui: ergo per octauam huius octo a equi sunt decem c ⁊ octaue vnius. Sed ⁊ cum c iterum ad d positus sit sesquioctauus ⁊ ergo per eandem octo c equi sunt nouem d | et nouem c equi decem d ⁊ octaue vnius et decem c equi vndecim d ⁊ duabus octauis. et cum octo octaue c contineant nouem d: ergo per decimam huius vna octaua c continet octauam d ⁊ eius octauam partem: hoc est vnam sexagesimamquartam. decem ergo c et vna octaua vnius equantur vndecim d | tribus octauis | et vni sexagesimequarte. et per decimam vt vndecim ⁊ tres octaue et vna sexagesimaquarta ad octo: ita a ad d. sed vndecim continent octonos semel tres eorum

partes/ tres octauas/ et vnam sexagesimāquartam vnius a. ac tres octonorum partes amplius sunt tertia eorum parte. Superant enim tres octonarii partes: tertiam eiusdem partem triente vnius: hoc est tertia vnius parte. a fortiori igitur tres octonorū partes/ et tres octaue vnius ⁊ vna sexagesimaquarta ita amplius sunt tertia octonorum parte. continent ergo vndecim/ tres octaue vnius/ ⁊ vna sexagesimaquarta: octo semel ⁊ amplius eorum parte tertia. quare ⁊ a continet d ⁊ amplius tertia eius parte. Est itaq3 a ad d amplius sesquitertio interuallo. Secūdo dico a ad d minorem esse sesqualtero interuallo. Nam vndecim continent octo et tres octauas: deest ergo vna octaua ad complendas quattuor octauas/ que sunt octonorum dimidium. At vero que superant: tres octaue vnius/ et vna sexagesimaquarta minus efficiunt dimidio vnius octaue. quare ex multo minus efficient vna octaua. vndecim ergo/ ⁊ tres octaue/ ⁊ vna sexagesimaquarta vnius continēt octo semel et minus octonorum dimidio. ergo per decimam huius ⁊ a continet d semel ⁊ minus eius dimidio. Est itaq3 interuallum a ad b minus sesqualtero interuallo.

Quattuor sesquioctaui coniuncti: sesqualterum superant interuallum. 19

6561	5832	5184	4608	4096	De quattuor sesqui-
a	b	c	d	e	octaui coniuncti.

¶ Sint a b c d e quattuor coniuncti sesquioctaui: a ad b primus/ b ad c secundus/ c ad d tertius/ ⁊ d ad e quartus: dico quoniam interuallum a e amplius est sesqualtero interuallo. Nam vt in precedenti visum est octo a equi sunt vndecim d/ tribus octauis/ ⁊ vni sexagesimequarte vnius. ⁊ vndecim d/ tres octaue vnius ⁊ vna sexagesimaquarta: equātur duodecim e/ sex octauis/ quattuor sexagesimis quartis/ ⁊ vni quingentesime duodecime. ergo octo a equi sunt duodecim e/ sex octauis/ quattuor sexagesimis quartis/ ⁊ vni quingentesime duodecime. At vero duodecim/ sex octaue/ quattuor sexagesimequarte/ et vna quingentesima duodecima cōtinent octo semel et amplius q̄ octonorum dimidium: quoniam continent octo semel ⁊ dimidium: et insuper sex octauas/ quattuor sexagesimas quartas/ ⁊ vnam quingentesimam duodecimam vnius. Igitur per decimam huius a cōtinet e semel ⁊ amplius q̄ eius dimidium. superat itaq3 a e interuallum quattuor sesquioctauis coniunctū: sesquialterum interuallum. quod erat monstrandum.

Quinq3 coniuncti sesquioctaui: minus duplici interuallo coniungunt. 20

¶ Nam per vndecimam huius duplex interuallum ex duobus maximis superparticularibus: sesqualtero scilz et sesquitertio coniungitur. At constitutis quinq3 sesquioctauis tres primi sesquioctaui: per decimam octauam huius minus sunt sesqualtero interuallo. ⁊ duo sequentes sesquioctaui qui vna cum tribus prioribus quinq3 complēt: per decimamseptimā huius minus sunt sesquitertio. Coniungunt igitur quinq3 sesquioctaui minus duplici interuallo.

Sex proportiones sesquioctaue: maiores sunt vno duplici interuallo. 21

531441	472392	419904	373248	331776	294912	262144	A g sex sesqui-
a	b	c	d	e	f	g	octaui cōiūcti.

¶ Sit a g interuallum sex coniunctorum sesquioctauorum: ita vt a ad b sit primus sesquioctauus/ b ad c secūdus/ c ad d tertius/ d ad e quartus/ e ad f quintus. f autē ad g sextus. dico quoniā a ad g amplius est duplici interuallo. Quoniam enim a ad b sesquioctauus est: ergo per octauam huius octo a equi sunt nouem b. et nouem b per eādem equi sunt decem c/ et octaue vnius. et decem c ⁊ octaua vnius: equa sunt vndecim d/ tribus octauis/ et vni sexagesimequarte vnius. ⁊ vndecim d/ tres octaue/ et vna sexagesimaquarta vnius: equantur duodecim e/ sex octauis/ quattuor sexagesimequartis/ et vni quingentesime duodecime. duodecim autem e/ sex octaue/ quattuor sexagesimequarte/ et vna quingentesima duodecima: equantur tredecim f/ decem octauis decem sexagesimis quartis/ quinq3 quingentesimis duodecimis/ et vni quarte millesime nonagesime sexte. At vero decem octaue vnum continent integrum ⁊ insuper duas octauas. quo fit iterum vt duodecim e/ sex octaue/ quattuor sexagesimequarte/ ⁊ vna quingentesima duodecima: equētur quattuordecim f/ duabus octauis/ decem sexagesimisquartis/ quinq3 quingentesimis duodecimis/ et vni quarte millesime nonagesimesexte. At vero quattuordecim f/ due octaue/ decem sexagesimequarte/ quinq3 quingentesime duodecime/ et vna quarta millesima nonagesimasexta: equa sunt quindecim g ⁊ octo octauis eius) hoc est equa sunt sedecim g) duodecim sexagesimisquartis/ quindecim quingentesimis duodecimis sex quartis millesimis nonagesimissextis/ ⁊ vni tricesimesecunde millesime septingētesime sexagesime octaue. At sedecim ⁊ duodecim sexagesimequarte/ ⁊ reliquae sequentes particule continent octo bis et amplius. Igitur per decimam huius a ad g maius est duplici interuallo. sex igitur sesquioctaui maiores sunt vno duplici interuallo: vt intendit propositio. ¶ Et si hec propositio quo ad suam demonstrationem nonnullis subdifficilior videatur: hoc idcirco prouenict q̄ illis promptitudo: vtendiq3 habilitas octaue/ none/ ⁊ decime huius deerit. Idcirco par: consentaneūq3 erit eos qui in musicis modulationibus ⁊ earum contēplationibus se exercitare volēt: multos sesquialteros/ deinde sesquitertios/ et alios sequētes superparticulares colligere: quousq3 visus colligendarum proportionum ipsis iam sit factus peruius/ patensq3 ⁊ quasi iam ipsis domesticus.

¶ Primi Elementorum Musicalium Finis.

Consonantia est soni grauis acutiq; mixtura: suauiter vniformiterq; auribus incidens: ex multiplici aut superparticulari ratione profecta. Dissonantia est duorum sonorum non se natura suauiter miscentium: ad aurem peruenies aspera: iniocūdaq; percussio. Tonus est consonātie principiū: ex soni ad sonum sesquioctaua proportione proueniēs. Semitonium minus quod & diesis dicitur: est toni pars: qua sesquitertia proportio duobus tonis maior est.

Semitoniū maius quā & vocāt Apothomen: est toni reliqua pars: & qua ipse semitoniū minus superat. Cōma est quo sesquioctaua proportio duobus semitoniis minoribus maior est: quod & idē est quod Apothome semitoniū minus vincit ac superat. Schisma est cōmatis dimidium. Diaschisma est dimidiū semitonii minoris.

Hemispheriū: musicū est instrumētū p quod aut neruo aut chorde vt decet supposituū: semitonia: tonos: cōsonātiasq;: & cōsonātiarū particulas: ad sensum puestigam9.

Sonus emmelis is est quo apte vtimur in melo. Ecmelis vero is dicitur: quē melos concētusq; nō admittit. Equales soni atq; similes dicūtur: qui ex eadē internalli ꝓportione nascūtur. Numerorū atq; interuallorū pars ea maior est: que a minore numero denomiatur: & minor q̄ denomiatur a maiore. Multiplex ꝓportio maior est: quā maior denoiat numer9: & minor q̄ denoiatur a minore. Supparticularis ꝓportio maior est: que a maiore denomiatur parte. Minor aūt que denomiatur a minore.

1 Tonum super datam chordam collocare.

A c | | | | | | | | b

Sita b c chorda queciq; supra quā subeamur tonū collocare: diuido per tertiam petitionem chordam a b in nouē equas portiones: ita vt c b illarū nouenarū octo teneat & a c vnam. Dico qm̄ a b & c b tonū continent: constituitq; supra datā chordam esse tonum. Nā totū chorde spaciū a b continet spaciū c b & insuper octauā eius partē: q a c vni illarū octanarū equa sit. igitur per diffinitionē spacium a b epogdoum: sesquioctauūq; est spacio c b. quare per primam petitionem ea erit soni totius chorde a b ad sonum c b proportio. Est itaq; tonus in chorda a b qui in epog. ios sesquioctauaq; ratione consistit: collocatus.

2 Tonum tono et quotquot libuerit: in data chorda subiungere.

A c | d | e | | | | | | | | b

Sit data chorda a b in qua propositum sit tres consequentes tonos subiungere partior per tertiam petitionem vt in precedenti factum est spacium totius chorde a b in nouem equas portiones. & in nota octaue portionis pono c ita vt b c octauas illarum nouem partium teneat. manifestum est per precedentem a b & c b esse tonum et per eādem petitionē partior spacium c b in nouē equas portiones. & in termino octaue particule pono d: ita vt d b contineat octo earum partium quarum c b nouem continet. per precedentem c b ad d b sonat tonum: estq; iam vni tono: tonus vnus subiunctus. Rursum spacium d b eo iam. si modo in nouē equas portiones diuido: & notam octaue sectionis littera e designo: ita vt e b octo earū partium contineat: quarum d b continet nouem per precedentem d b ad e b resonat tonum. Sunt igitur in data chorda a b tres continue subiecti toni: scilz a b | c b. c b | d b. d b | e b. quod erat propositum. & hoc pacto quotquot lubet subiungere q facillimum est. Et si id sensu experiri deprehendereq; cupias post pulsum totius chorde a b suppone hemispherium chorde a b in signo c: ita vt sola perstrepat resonetq; particula c b & sensus iudicio deprehendes soni totius a b ad sonum c b esse toni interuallum. q si hemispherium transfers ad notam d: ex pulsu c b & d b iterum tonum deprehendas. sed ex totius a b sono ad sonum particule d b duos tonos | duorumq; tonorum interuallum perpendet auditus. & hoc pacto sensuum iudicio quotquot voles tonos deprehendendos committeres: & commixturas tum suaues: tum inconcinnas (quas auditus tanq offensus horret refugitq;) decernendas.

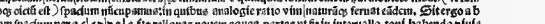
3 Tonorum continuatorum: minimos numeros assignare.

59049	52488	46656	41472	36864	32768	Quinq; tonorum adinuicem cōti-
n	o	p	q	r	s	nuatorum minimi numeri.
6561	5832	5184	4608	4096		Quattuor tonorum adinuicē cōti-
h	i	k	l	m		nuatorum minimi numeri.
729	648	576	612			Trium tonorum adinuicem con-
d	e	f	g			tinuatorum minimi numeri.
81	72	64				Duorum tonorum adinuicem con-
a	b	c				tinuatorum minimi numeri.

Si duo: tres: quattuor: quinq; aut quotlibet toni sint continue in neruo cōstituti: sic eorum minimos numeros reperiemus. Qm̄ eni nouē & octo minimi sunt numeri toni duco nouē in se & ꝓueniat a: & nouem in

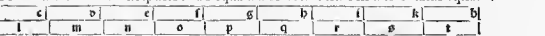
octo ⁊ proueniat d: ⁊ octo in se ⁊ proueniat e. per vicesimā tertiā tertij Arithmetices inter a b ⁊ d e sunt duo sesquioctaui in minimis numeris cōstituti: ⁊ pinde duo toni in minimis numeris cōtinuati. Et si nouē duco ína d e et octo in e et surgant d e f g. per eandem inter d e f g tres sunt in minimis numeris sesquioctaui cōstituti: quare d e f g sunt trium cōtinuatorum tonorū minimi numeri. Et si ducis nouem in d e f g et octo in g et surgant h i k l m per idem quod prius h i k l m quattuor continuorū sesquioctauorū minimi sunt numeri: quare ⁊ quattuor continuorū tonorum. Et si rursum hoc pacto ducis nouem in h i k l m ⁊ octo in m et surgant n o p q r s: ipsi erunt quinqꝫ continuorum tonorū minimi numeri. ⁊ hoc modo quotquot tonorum voles minimos numeros reperias. Attamen in modis musicis tot continue subiungere opus non est: sed tonis semitonia subiunguntur: de quibus posterior proprius accōmodusqꝫ expectandus est sermo.

Spacio quolibet per quotlibet equa spacia diuiso: totius ad totā proxime sectionis partem minor est proportio: q̄ eiusdē partis ad totā reliquā proxime sectionis partē. Quo fit vt quāto tonꝰ tono subiūgitur acutior: tāto ipsum cōtractiora cōtineāt spacia 4



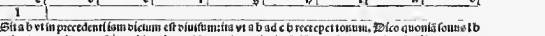
℄ Chordam | neruū | tibiam | efflatū aera | qꝫ tinnulum ⁊ quidquid sonum edit in harmonicis modis (vt iam quoqꝫ dictū est) spacium nūcupamus: in quibus analogie ratio vim | naturāqꝫ seruat eādem. Sit ergo a b totum spacium per a c | c d | d e | e f: ⁊ reliquas nouem equas partes vt fit in interuallo toni habendo diuisum: quotquot enim alias posueris idē valuerit. dico minorē esse pportionē a b ad c b q̄ c b ad d b. Nam cū a b positū sit in nouē equas partes per medias notas c d e f ⁊ reliquos diuisum: c b continet solū earū partiū octo: quarū a b cōtinet nouē. ergo a b cōtinet spaciū c b ⁊ eius octauam partē. sed ⁊ cū c b octo partes parti c d equas cōtineat: ergo d b cōtinet partiū totarū solum septē. ergo c b cōtinet spacium d b ⁊ insuper eius septimā partē. At octaua pars per diffinitionē minor est parte septima: igitur iterū p diffinitionē a b ad c b proportio superparticularis minor est q̄ c b ad d b vtpote que a minore parte denominetur. est enim hec a septima parte sesquiseptima proportio: illa vero ab octaua sesquioctaua. Et hāc nō modo in superparticularibus. verū ⁊ quibuslibet medietatibus demōstrat prima decimi Arithmetices vbi scilꝫ ratio medietatisqꝫ arithmetica cōperiatur. quod ⁊ in dicta spacij diuisione ⁊ sumpta (vt propositū est) proportione: inuentum cōspiciebatur. ℄ Correlariū vero hinc cognoscatur q̄ totū per quartā petitionē ad suā partē grauiꝰ sonat: pars aūt ad suū totū acutius. Itaqꝫ si tono a b ⁊ c b tonū subiūxeris: subiūctus erit acutior. Et qm̄ spacium c b in nouē equas partes partiretur: quarū quelibet minor erit spacio c d quod eius octaua est: nā quelibet earū est nona ⁊ a maiore numero denominata. Erit igitur ⁊ quelibet earū nouē partium minor spacio a c. equa sunt enim a c ⁊ c d. ⁊ hoc pacto de quibuslibet subiunctis acutioribus tonis esset dicendum. Manifestum est igitur vt quāto tonus tono subiūgitur acutior: tāto ipsum cōtractiora cōtineāt spacia.

Medio extremitatū toni spacio ī duo equa diuiso: tonꝰ minime in duo secatur eq̄lia. 5



℄ Hec ⁊ sequentia intelliguntur vt tonus minime in duo equa ratione geometrica dirimatur non autem arithmetica. nam ⁊ hic tonus tonīqꝫ interuallum in duo equa ratione arithmetica direptum est. Diuido ergo spacium a b vt prius in nouem equa spacia: per notas a | c | d | e | f | g | h | i | k | b manifestū est a b ⁊ c b esse toni extremitates | tonūqꝫ continere. Dico ergo quoniā a c medio harū extremitatū interstitio in duo equa per signum l dirempto: tonus minime in duo equa partiatur | qꝫ sonus a b ⁊ l b equalis non sit l b ⁊ c b. diuido enim singula reliquorū octo equaliū spaciorū cōsimili modo per equalia per notas m | n | o | p | q | r | s | t: manifestum est totū spaciū a b diuisum esse in 18 equalia spacia que sunt a | l | c | m | d | n | e | o ⁊ reliqua. ergo per precedentem minor est proportio a b ⁊ l b q̄ l b ⁊ c b. Est enim hec sesquisexta decima: illa vero sesquiseptima decima. non est ergo tonus hoc pacto in duo equa diuisus. et soni a b l b | ⁊ l b c b per diffinitionem adinuicem inequales: qui quidem soni cemeles sunt: musicoqꝫ melo perparum apti.

Toni spacio hoc modo diuiso: totius medie sectionis sonus: maioris extremi toni sonum acumine: minoris vero grauitate superat. 6



℄ Sit a b vt in precedenti iam dictum est diuisum: ita vt a b ad c b reciperet tonum. Dico quoniā sonus l b acumine superat sonum a b | qꝫ idem sonus l b grauitate vincit c b. Nam a b totum est ⁊ l b eiꝰ pars: ergo per quartam petitionem a b grauiorem sonum edit ⁊ l b graciliorem. et per eādem quoniā l b totū est ad c b: sonus l b grauior est sono c b. Superat ergo l b maius toni extremum acumine: ⁊ minus grauitate. quod propositum erat demonstrandum.

Tonum in duo equa: certo constitutoqꝫ numero diuidi impossibile est. 7

℄ Nam per quintam primi huius nullum superparticulare interuallum in plura equalia dirimitur: et que proportio spaciorū interualli inter se ea quoqꝫ est ⁊ soni ad sonū. Atqui tonus ex superparticulari nascitur interuallo. nascitur enim ex epogdoa | sesquioctauaqꝫ ratione. igitur tonꝰ minime in duo equalia dirimitur | diuiditurqꝫ. immo ꝯo neqꝫ in plura duobus equa: vt in tria aut quattuor. ℄ Ex quo facile cognoscitur Aristoxenus musicus auriū iudicio cuncta committēs perparū esse probādus qui semitonia secus q̄ Pythagorici non arbitratur esse dimidio tono cōtractiora: sed quemadmodum semitonia dicuntur: ita quoqꝫ et esse integra tonorum dimidia. Nec minus Martianus felix simili lapsus errore deprehenditur: qui non modo

tonum in duo equalia: sed et in tria et quattuor dirimit atque secat. Secat enim in primis tonum in duo equalia que idcirco hemitonia vocat. Secundo in tria et earum tertiarum quamlibet diesim trihemeriam nuncupat. Tertio in quattuor et hanc toni partem quartam: vocat diesim tetartemeriam: quod he dieses nunc tertie nunc quarte toni sunt partes. Est enim tritos tertius tetartos quartus et meros pars. Ponit et tertiam dieseos acceptionem vt ea ipsa toni tertia et tertie dimidia pars dicatur. Et rursum primi modi primeque acceptionis dieses: chromaticas vocat secundas vocat enarmonicas tertias vero enarmonice diuisionis hemiolias: partim Aristoxeno similiter: partim autem dissimiliter. Similiter quidem quod Aristoxenus toni dimidium semitonium ponat et toni tertiam diesim chromaticam vocet sed chromatis mollis: et toni quartam diesim enarmonicam. at dissimiliter quod toni quartam cum propria quarte medietate vocet diesim chromatis hemiolij. Et certe vel Martianus in tertia dieseos acceptione nouo errore lapsus putandus est: vel eidem putasse hemitonium et diesim enarmonici hemiolij idem esse. nam cum omne totum tribus suis tertijs integretur: vnam ergo tertiarum et tertie medietatem totius dimidium implere necesse est. Sed cum hec se satis falsa esse probant et nulla sui parte cohereant: non est cur in his diutius sermo sit protrahendus. Sic enim qui stolidum sensus iudicium sequentes intellectum relinquunt: facile ex disciplinarum aditis se explosos sentiunt.

8 Quicunque numerus in terminos toni ducatur: interuallum toni relinquet.

¶ Nam cum tonus et toni interuallum in proportione sesquioctaua consistat: sui termini erunt nouem ac octo aut quicunque alij qui simili sibi proportione respondeant. Et cum per septimam secundi Arithmetices: si vnus idemque numerus duos multiplicet productorum et multiplicatorum eadem sit proportio: ergo quicunque numerus ducetur in terminos sesquioctaue: sesquioctauam producet relinquetque tonum atque toni interuallum quod est propositum. Et non modo de sesquioctauo et toni interuallo id sentiendum est: sed et de quolibet altero interuallo.

9 Omnis numerus: extremorum toni differentia constitui potest.

¶ Si enim tonus in minimis constituatur vt sunt nouem atque octo monas differentia est: cum nouenarius atque octonarius sola vnitate dissentiant. Et si ducatur binarius in nouenarium et octonarium et producantur a et b per precedentem a et b erunt toni extrema. At vero per nonam primi Arithmetices quod fit ex binario in nouenarium tantum est quantum quod fit ex binario in octonarium et vnitatem. sed binarius in vnitatem per communem prolocutionem seipsum producit: igitur extremorum toni a et b binarius differentia constituitur. Et si ducatur ternarius in nouem et octo: eodem quoque argumento ternarius extremorum toni differentia constituetur. Et ita quicunque alter numerus in eosdem minimos toni terminos ducetur: idem extremorum toni differentia constituetur. Manifestum itaque est omnem numerum extremorum toni differentiam constitui posse. Et quoniam ita est placuit tamen Philolao Pythagorico primordium toni primordialemque eius differentiam ternarium constituere: qui primus cubum a primo impari numero procreat ac gignit. quod is numerus apud Pythagoricos maxime honorabilis fuerit. Nam cum ternarium primum quidem imparem numerum tertio duxeris: nouem consurgunt. que ter ducta septem supra viginti: scilicet cubum a primo impari reddunt. at 27 ad 24 tono distant tonique claudunt interuallum: et horum differentia ternarius constituitur. est enim ternarius summe 24 pars octaua: que eidem adiecta summe: primum a ternario cubum rursus instaurat atque perficit. Et idem Philolaus summam septem et viginti in duas partes secuit 13 et 14 quarum hec maior illa vero minor habetur et hanc primordium. Apotomes facit que est toni portio maior: illam autem facit principium dieseos: que est toni decisio minor atque portio: et quam posterius semitonium minus nuncupabimus. et illarum duarum partium differentiam que est vnitas facit commatis principium. Sed de his satis.

10 Numeri dati partem quotamcunque reperire. Quo fit vt cuiuslibet numeri pars ab ipso sit numerata: & a denominante eiusdem partis sit denominata.

272	17		306	18		136	17
c	d		g	h		m	n
17	16		18	17		17	8
a	b		e	f		k	l

¶ Quamuis enim numerorum numerantium qui exemplares in animo sunt: vnitas insecabilis existat: numerorum tamen numeratorum quales in phisicis sunt motuum numeri in geometricis linearum et planorum in astrologicis temporum in musicis autem tonorum atque interuallorum vnitas aut verius vnum sectionem recipit. Si ergo a quicunque numerus cuius vna partium denominata ab b quesita sit: resoluo a in omnes suas partes denominatas ab b: ducendo scilicet denominantem numeri a in denominantem partis b: ita vt proueniat c. manifestum est partes c simul denominatas ab b equari toti numero a. diuido igitur c per b et proueniat d: dico d esse partem petitam et numeratam ab a. hoc est a numero denominante a. Nos enim sit pars a denominata ab b que petita erat: patet quia in d per septimam petitionem reproducit c: quare d est pars c denominata ab b. at c equatur a. igitur et d pars est a denominata ab b. Sed et quod d numeretur ab a: patet. quia a in b producit c: ergo per sextam petitionem c diuiso per b redibit a. sed et eodem c diuiso per b prius veniebat d. numerat igitur a semel d. et sic propositio atque suum correlarium nota sunt. ¶ Et quia hec vt monstretur perfacilia sint: visum tamen eius aliquanto latentior: quem exemplaris deductio facile cuique reddet illustriorem. vt quesita sit verbi causa summe decem et septem pars sextadecima duco vtriusque denominantes in seinuicem. hoc est 17 et 16 et surgent 272 sextedecime. tot enim sextasdecimas continet numerus 17 resolutus. diuido ergo 272 per 16 et prouenient 17 sextedecime: que erunt totius summe partium 272 pars sextadecima. quare et numeri 17 pars itidem sextadecima. at 17 sextedecime vnitatem contineat et vnam sextamdecimam. Est itaque vnitas et vna sextadecima: dati numeri 17 pars sextadecima. Et si numeri decem et octo quereretur pars septimadecima duco decem et octo in decem

& septem et productum diuido per 17 et venient 18 septimedecime: que vnum complent integrum| vnam septimamdecimam. Est ergo vnitas & vna vnitatis septimadecima date summe decem & octo pars vna septimadecima. Si vero summe decem & septem volo partem octauam reperire: duco 17 in octo & quod productum fuerit diuido per octo & prouenient 17 octaue que duas vnitates & vnam octauam efficiunt. erunt ergo duo & octaua vnius totius summe decem & septem pars octaua. quod querebatur. Et ita in quibuslibet sequi-quis valeat exercitare: habent tamen que particulari| exemplariqꝫ demonstratione sunt ostensa: ad sequentia ponduis momentum.

Si duo inequales numeri ad eundem minorem comparentur: maioris ad ipsum maior est proportio: et minoris minor. 11

9	8	7
A	b	c

¶ Ut sint a b duo inequales numeri quorum a sit maior| et b minor: qui comparentur ad eundem minorem c. dico a ad c maiorem esse proportionem quam b ad c. Nam est per octauam petitionem extremorum a ad c proportio composita sit ex proportionibus a ad b & b ad c vt suis partibus: ergo proportio b ad c pars est proportionis a ad c et proportio ad c totum. & cum per vltimum comune proloquium: omne totum maius sit sua parte: igitur proportio a ad c maior est proportione b ad c. et ita de quibuslibet aliis simili argumento est agendum.

Sesquisextadecima proportio: integrum toni dimidium superat. 12

A c	d	e	f	g	h	i	k	b
l	m	n	o	p	q	r	s	t

¶ Quinta huius monstrauit medio extremorum toni spacio in duo equa diuiso: tonum minime in duo equa| geometrice partiri: et sectionem hinc & inde inteinsece sesquiseptimamdecimam | et sesquisextamdecimam retinere proportionem. Hec vero ostendit sesquisextamdecimam proportionem que illic ex parte intensionis acuminisqꝫ relinquitur: hemitonio| integroqꝫ toni dimidio esse maiorem. et sequens monstrabit sesquiseptimamdecimam ex grauiori parte sumptam: eodem toni dimidio esse minorem. Sit ergo vt in quinta huius spacium a b in decem et octo equas partes per a c d e f & reliquas notas diuisum. ita vt a b earum partium contineat decem et octo| et c b sedecim| & l b decem & septem. manifestum est a b & c b vt prius visum est esse tonum: et l b 17 ad c b 16 esse sexquisextamdecimam quam habitudinem dico esse integro semitonio maiorem. quoniam enim per decimam huius vnitas & sextadecima vnius est summe decem & septem pars sextadecima. que si eidem summe adiiciantur fient decem & octo| et sextadecima vnius. at octo decem & sextadecima vnius ad decem & septem per diffinitionem est sesquisextamdecima. Sunt ergo decem & octo & sextadecima vnius ad decem & septem et decem & septem ad sexdecim due coniuncte sesquisextedecime. sed decem & octo & sextadecima vnius per precedentem maior est sesquioctaua ad sedecim. Nam decem & octo ad sedecim vt prius visum est: sesquioctaua est. igitur sesquisextadecima bis aucta tonum| toniqꝫ interuallum transcendit. quare per nonum proloquium sesquisextadecima proportio integrum toni dimidium superat. quidquid enim bis auctum transcendit aliquid: id vltra eius dimidium esse necesse est. Ex quo valentiore iure cognoscitur sesquiquintamdecimam et omnem proportionem sesquisextadecima maiorem: integrum toni dimidium superare.

Sesquiseptimadecima: minor est integro toni dimidio. 13

19 1	19 1	18	17	A ad b sesquidecimamseptimam proportionem cōti
d 8	c 17	a	b	net: que integro toni dimidio contractior est.

¶ Sint a decem & octo interualli partes & b decem & septem| c decem & nouem & vna septimadecima| d vero decem & nouem & vna octaua. per decimam huius a ad b est sesquiseptimadecima. & c ad a similiter sesquiseptimadecima. sunt ergo c ad b due sesquiseptimedecime adinuicem coniuncte. sed et per eandem d ad b sesquioctaua est atqꝫ tonus. d enim continet b & eius partem octauam. at d ad b proportio maior est proportione c ad b. nam vnius pars octaua maior est vna septimadecima. ergo sesquiseptimadecima proportio per decimum proloquium minor est integro semitonio. quod enim duplatum non implet integrum: neqꝫ id quoqꝫ continet dimidium. Est ergo notum sesquiseptimamdecimam proportionem integro toni dimidio esse minorem.

Integrā toni medietatem: inter sesquisextamdecimam & sesquiseptimamdecimā proportionem cadere necesse est. 14

¶ Nam per duodecimam sesquisextadecima maior est toni dimidio: & per decimamtertiam sesquiseptimadecima minor est eodem toni dimidio. at per communem scientiam inter maius atqꝫ minus dimidio: ipsum dimidium consistere necesse est. ergo integrum toni dimidium inter sesquisextamdecimam et sesquiseptimamdecimam cadere necesse est. Sed id in noto| integroqꝫ numero nullo pacto vt septima huius monstrauit fieri contingit: vt neqꝫ in geometricis diameter quadrati: eius coste certo| constitutoqꝫ numero commensurari potest. Sed hoc vltimum ex altero loco requirendum est.

Semitonium minus: duobus tonis in chorda subiungere. 15

A c	d	e			b

¶ Intelligitur semitonium subiungi quando ex acutiori parte duobus quidem tonis ad grauiorem partem relictis ipsum semitonium collocatur. preiungi vero quãdo ipsum ex parte remissiori duobus tonis adhibetur. Cõtinuo ergo per secũdã hui⁹ duos tonos in chorda a b per notas c d b. Sitq; a b c b: primus. et secũdus sit c b d b qui quia per diffinitionem in sesquioctaua proportione consistit: et per decimãseptimã primi hui⁹ due sesquioctaue minores sunt sesquitertia proportione. Erit ergo a b et d b minus sesquitertio. Diuido ergo a b in quattuor partes equas: et initium tertie sectionis facio notam e. ita vt e b tres earũ quattuor cõtineat: per diffinitionẽ igitur a b ad e b sesquitertia proportio est. sed sesquitertia proportio a b et e b superat duos tonos a b et d b in proportione d b et e b. Est igitur d b et e b per descriptionem semitonium minus duobus tonis: vt propositum erat subiunctum.

16 Semitonium minus: duobus tonis preponere.

A e	d	c								b

¶ Facio a b ad c b sesquitertium interuallum et diuido c b in octo equas partes et supra c versus a: facio d cõ vni earum octo partium equã: ita vt d b earũ partiũ nouem cõtineat. et per diffinitionẽ d b et c b vnum constituunt tonum. Similiter diuido d b in octo equas partes: et vnã earũ adiiigo supra d per notam e. quare iterum e b et d b erit tonus. suntq; duo toni e b et c b. sed a b et c b sesquitertia proportio: maior est duob⁹ illis tonis in proportione a b et e b. Est igitur per diffinitionem a b et e b semitonium minus: quod cum sit duobus tonis prepositum: quoniã ex parte remissa illis adiunctum. factum est propositum.

17 Duobus tonis: diesim semitoniumq; minus interponere.

A d e c b

¶ Idem diesim atq; semitonium minus hic (vt iam quoq; dictum est) intelligimus. Sit ergo a b et c b vt in precedenti sesquitertia proportio in tota chorda a b. ab a: c versus: intendo tonum per notam d. et ab c versus a remitto tonũ vt in precedẽti factũ est per notam e: ita vt a b et d b sit tonus: et similiter c b et e b tonus. manifestum a b et c b sesquitertiã proportionem superare duos illos tonos in media proportione d b et e b. Est igitur per diffinitionem d b et e b semitonium minus duobus tonis interceptum et propositum.

18 Semitonii minoris minimos numeros reperire: & quomodolibet semitoniũ minus in chorda vna aut pluribus collocare.

324	288	256	243
f	g	h	k
81	72	64	
c	d	e	
9	8		
a	b		
4	3		
l	m		

¶ Sit a nonenarius et b octonarius minimi numeri toni. duco a in se: et a in b: et b in se: et consurgãt numeri c d e. inter quos per sextum quarti Arithmetices erunt duo sesquioctaui: duoq; toni in minimis cõtinuati. Sit preterea l quaternarius et m ternarius. duco l in c d e et prodeant f g h: inter quos per septimã secũdi Arithmetices similiter cõiuncti sunt duo sesquioctaui: et proinde duo toni. Duco preterea itidẽm in e et proueniat k per octauã secũdi Arithmetices f ad k est proportio sesquitertia que per 17 primi hui⁹ minor est f h et differẽtia est h k. dico ergo h k esse minimos numeros semitonij minoris. q; enim sint numeri semitonij minoris per diffinitionẽ notum est. sed q; minimi id iam declarandũ est. Nam quia c e sunt in sua proportione minimi: per decimãoctauã tertij Arithmetices sunt cõtra se primi. et quia etiã l et a quaternarius et nouenarius sunt contra se primi. ergo per vndecimã tertij Arithmetices l est primus ad c. et per decimã eiusdẽ h qui nascitur ex l et e primis eidẽ numero c: erit primus ad c. Rursus m et b ternarius atq; octonarius sunt adinuicem primi. ergo per vndecimã tertij et m primus est ad e sed et cũ l m quaternarius et ternarius sint etiam primi: ergo per decimam eiusdem m etiam primus est ad h. Cum ergo c et m monstrati sunt primi ad h: ergo per eãdem decimam tertij numerus k ex c et m productus: primus est ad h. Sunt itaq; h et k semitonij minoris numeri adinuicẽ primi: quare per vicesimãtertiã Arithmetices in sua proportione minimi. quod est propositũ quo ad hoc. Et data quacũq; chorda si eã diuides secũdũ numerũ h et earũ partiũ accipias secũdũ numerum k numeros scilz semitonij minoris vbilibet in eadẽ chorda constitutum erit semitonij minoris interuallum. In diuersis aũt facillime idem feceris: si eas chordas equales equaliter tensas vnisonasq; posueris: et partiris earum quãcumq; voles secundũ h quarũ partium alterius acceperis secundũ k erit tum in pluribus chordis semitonij minoris constitutum interuallum. quod est totum propositum.

19 Semitonium minus in minore q; sesquiseptimadecima sit: proportione consistit. Quo fit vt regula semitonii sumendi: non sit differentiam extremorum toni in duo equa partiendo..

324	288	257	5	256	245
f	g	l	17	h	k

℄ Sint vt in precedenti h k minimi numeri semitonij minoris vt ducenta quinquaginta sex ⁊ ducēta quadraginta tria. Capio per decimam huius: septimamdecimam partem numeri k ducētorum scilꝫ quadraginta trium: eritq; quattuordecim ⁊ quinq; septimedecime. Addo itaq; quattuordecim et 5 septimasdecimas ad k ⁊ fiat l numerus 257 et 5 septimedecime. Erit ergo numerus l ad k sesquiseptimusdecimus. at l ducenta quinquaginta septem et quinq; septimedecime transcendit h qui solum est ducentorum quinquaginta sex. Consistet itaq; semitonium minus per vndecimam huius in minore proportione ꝙ sit proportio sesquiseptimadecima. quare et a fortiore in minore consistit proportione ꝙ sit sesquisextadecima. Correlarium hinc notum est. Nam hoc pacto partiendo extremorum toni spacium: ex quinta huius cognoscuntur sesquisextadecima atq; sesquiseptimadecima altrinsecus constituti: quarum vtraq; presens monstrauit semitonij minoris habitudinem esse minorem.

Sesquioctauadecima proportio: semitonio minore rursus maior euadit. 20

256	1	256	243
c	2	a	b

℄ Sint a b minimi numeri semitonij minoris per decimamoctauam huius reperti scilꝫ ducenta quinquaginta sex | et ducenta quadraginta tria. capio per decimam huius octauam decimam partem numeri b quam reperio esse tredecim ⁊ semis: quam quidem addo numero b | fiatq; aggregatus c. tunc c ad b sesquioctauadecima proportio est. at c maior numerus est a. nam a duntaxat continet ducenta quinquaginta sex: c vero equalium partium totidem ⁊ insuper semissem vnius. est igitur sesquioctauadecima proportio semitonio minore maior.

Sesquinonadecima: est semitonio minore minor. Quo fit vt semitoniū minus inter sesquioctauamdecimam et sesquinonamdecimam consistat collocatum. 21

256	255	15	243
A	c	19	b .

℄ Sint vt prius minimi termini semitonij minoris a et b: dico sesquinonamdecimam proportionem minorem esse proportione a ad b. capio enim per decimam huius: nonamdecimam partem numeri b: quam inuenio esse duodecim ⁊ quindecim nonasdecimas. quem partem adijcio numero b ⁊ fiat c. proportio c ad b est sesquinonadecima. sed a maius est ꝙ c. igitur per vndecimam huius maius est semitonium minus sesquinonadecima proportione | atq; sesquinonadecima proportio semitonio minore minor. Correlarium vero vt decimaquarta huius notum esse potest.

22

Semitonium maius: in data chorda constituere.

D a	e								b

℄ Sit a b ⁊ c b semitonij minoris interuallum. Diuido c b in octo partes equas: quibus equam facio partem c d. ita vt d b nouem contineat. ergo d b ⁊ c b erit tonus. demo igitur a tono d b ⁊ c b semitonium minus scilꝫ a b ⁊ c b | relinqueturq; d b ⁊ a b toni reliqua pars ⁊ qua ipse semitonium minus superat. igitur per diffinitionem d b ⁊ a b semitonium maius est in data chorda (vt propositum erat) constitutum. ⁊ quemadmodum semitonium maius collocasti ad partem grauiorem: ita quoq; ad partem acuminis collocare facillimum esset.

Semitonij maioris: minimos numeros reperire. 23

2187	2048		1944
e	d		c
	256		243
	a		b
		8	
		f	

℄ Sint a b minimi numeri semitonij minoris ex decimaoctaua huius reperti et f octonarius. quoniam ex demonstratione decimeoctaue huius f octonarius primus est ad b. ergo f non numerat b. non habet igitur b octauam partem. duco igitur f in b et in a et cōsurgant c d: per septimam secundi elementorum Arithmetice a ad c vt a ad b. est igitur inter d c semitonium minus | semitonijq; minoris interuallum. et quia c habet partem octauam vt b: addo eidem numero c partem octauam eius b: ⁊ concerυatus fiat e. cōtinet igitur e numerum c | et partem eius octauam. quare e c tonus. ⁊ quia tonus e c superat semitonium minus d c

 2187

internallo c d: ergo c d sunt numeri semitonij maioris. Ab autem ijdem sint minimi facile ex decimaquinta 2048
tertij Arithmetices cognoscas distrahendo d ab c et quod reliquum fuerit iteris quoties potes distrahendo 136
ab d. et hoc pacto deinceps et videbis ad vltimum relictam vnitatẽ (eritq; modo qui ad latus apparet distra- 102
ctio. quare per eandem decimamquintam d et c sunt adinuicem primi. Sunt igitur per vicesimam eiusdem 57
in sua proportione minimi: quod est propositum. 28

24 Semitonii maioris habitudo: sesquiquintamdecimam superat proportionem. 9

2187	2184 8	2048	136 8	
a	c 15	b	d 15	

1

¶ Sint a b minimi termini habitudinis semitonij maioris per precedentem reperti: dico habitudinem a ad b maiorem esse sesquiquintadecima. Sumo enim vt in precedentibus iam sepe factum est per decimã huius quintamdecimam partem numeri b et hec inuenitur centũ trigintasex et octo quintedecime vnius que sit d adijcio ergo d ab b et fiat c: certum est c ad b esse sesquiquintamdecimam. at c minor numerus est quã a. Est enim a numerus duum milium cẽtum octuagintaseptẽ. c autem solũ duum miliũ cẽtum octuagintaquattuor et fere semis paulo amplius. Est igitur per vndecimam huius semitonij maioris habitudo sesquiquinta decima proportione maior eamq; superans quod est propositum.

25 Apotomes interuallum: minus est sesquiquartodecimo interuallo. Vnde manifestum est semitonii maioris proportionem inter sesquiquintamdecimã & sesquiquartamdecimam reperiri collocatam.

2194 4	2187	2048	146 4	
c 14	a	b	d 14	

¶ Apotomen et semitonium maius: idem esse iam diximus. Sint ergo a b minimi numeri semitonij maioris vt duo milia centum et octuagintaseptem et duo milia quadragintaocto. Sumo per decimã huius quartamdecimam partem b scilz duum milium et quadragintaocto quã inuenio esse centum quadragintasex et quattuor quartedecime que sit d. addo eam quartamdecimam ad b: et fiat numerus aggregatus c. tunc numeris ad b sesquiquartadecima proportio est. at c maior numerus est a siquidem duo milia quadraginta octo et centum quadragintasex et quattuor quartedecime summam simul attollãt c: duum milium cẽtum nonagintaquattuor: et fere quartam vnius. et a solum summa sit duum milium centum octuagintaseptem. constat ergo sesquiquartamdecimam proportionem maiorem esse semitonio maiore: atq; propositum. Correlarium vt precedentium notum est.

26 Semitonium minus atq; semitonium maius in superparticulari proportione non cadunt: sed ea in superpatiente ratione consistere necesse est.

¶ Nam semitonium minus per correlarium vicesimeprime huius cadit inter sesquioctauamdecimam et sesquinonamdecimam. atqui inter sesquioctauamdecimam et sesquinonamdecimam nulla cadere valet intercepta mediaq; superparticularis habitudo. sunt enim ille superparticulares proxime maior atq; minor igitur semitonium minus in superparticulari ratione non consistit. neq; per idem semitonium maius. Nam per correlarium precedentis cadit in aliqua proportione media inter sesquiquintamdecimam et sesquiquartamdecimam duas proximas superparticulares: que superparticularem mediam nullam admittunt non igitur semitonium maius cadit in superparticulari ratione: sed et cum rationes semitonij minoris atq; maioris multis superparticularibus vt iam visum est sint minores: erunt etiam minores ratione duplari que multiplicium minima est vt que a minimo numero denominetur. nullus enim numerus binario minor. non est ergo semitonij minoris habitudo multiplex similiter neq; semitonij maioris. relinquitur igitur a sufficienti diuisione cum ille sint inter maiorem terminum et minorem: eas esse in superpatienti genere. quod est propositum. ¶ Id tamen propter sophistas aduertere licet q̃ tonus et sue partes consonantie et consonantiarum partes intense: semper in superparticulari: superpatienti aut multiplici habitudine cadunt: remisse vero in subsuperparticulari subsuperpatienti aut submultiplici. Et vero et si ita sit: solemus tamen eas omnes dicere esse in superparticulare habitudine superpatienti: aut multiplici idem superparticulare et subsuperparticulare reputantes et pro vno computantes. similiter superpatiens et subsuperpatiens: et multiplex et submultiplex.

27 Musicum comma in chorda reperire.

a	f	g	c	b
256		243		
d		e		

¶ Sit a b chorda supra quam sit propositum reperire musicum comma: in qua a b et c b sit sesquioctaua proportio atq; tonus. Sint preterea d e minimi termini semitonij minoris. Diuido spacium a b in partes equales secundum d: ex quarum numero a b ipso b versus a: capio secundum numerum e et in termino earum pono notam f. tunc que proportio d ad e: ea erit a b ad f b. quare a b ad f b semitonium minus. Rursum c b spacium seco in equas partes secundum numerum e et earum partium ab ipso b versus a metiendo: sumo secundum numerum d: et in earum termino pono notam g. manifestum etiam est g b et c b esse semi-

tonium minus. sed et cum a b z f b probatum sit etiam semitonium minus. ergo intervallis f b et g b est quo sesquioctaua proportio a b et c b: maior est duobus semitoniis minoribus. est igitur per diffinitionem f b et g b inuentum musicum comma: quod erat monstrandum.

Comma: in minimis numeris constituere. 28

531441	524288		497664	472392
k	g		h	i
	65539		62208	59049
	e		d	c
	256		243	
	A		b	
		8		
		f		

531441 ℭ Sint a b minimi numeri semitonii minoris. duco a in se et in b | et b in se et exurgant c d e: eruntque d
524288 z d e duo semitonia minora coniuncta. Sit preterea f octonarius qui ex decimaoctaua huius est primus ad
7153 b. quare per vndecimam tertii Arithmetice et primus ad c. non habet igitur c octauam. duco ergo f octo-
2119 narium in c d e: z proueniant g h i: vt i scilicet oriatur ex f in e. certum est etiam inter g h et h i esse duo se-
796 mitonia minora. et quia c est octaua pars i addo c z i simul: sitque eorum aggregatus k. dubium nullum est
527 k ad i esse sesquioctauam: et k g esse proportionem qua sesquioctaua maior est g h et h i duobus semito-
269 niis minoribus. Sunt igitur k g numeri commatis. sed quod sint minimi ex decimaquinta tertii Arithme-
258 tices notum est. Nam substracto vt ea ipsa docet g a b k | et eo quod relictum est: substracto quoad potest ab
11 g. z sic deinceps tandem vt ad latus adiectum apparet: relinquitur vnitas. Et quemadmodum comma dua-
5 bus diesibus est prepositum: ita quoque facillimum est comma duabus diesibus subiungere: aut duabus
interserere.
1

Sesquiseptuagesimaquarta: commatis proportione transcenditur. 29

531441	531572 72	524288	7084 72	
A	d 74	b	c 74	

ℭ Sint enim a b minimi numeri commatis per precedentem reperti. elicio per decimam huius septuagesimamquartam b que sit c. adicio itaque b et c simul: z coalescat aggregetur que numerus d. qui si ad b conferatur comperitur sesquiseptuagesimusquartus. atqui idem d minor a esse deprehenditur. superat ergo per vndecimam huius ratio commatis septuagesimamquartam proportionem.

Commatis ratio: sesquiseptuagesimatertia proportione minor est. vnde fit vt commatis ratio inter septuagesimamquartam et septuagesimamtertiam constituta reperiatur habitudinem. 30

531470 2	531441	524288	7182 2	
d 73	A	b	c 73	

ℭ Sint a b vt prius minimi numeri commatis. capio septuagesimamtertiam partem b que sit c. iungo b z c simul et aggregetur d. eritque d ad b sesquiseptuagesimustertius. z d maior esse conspicitur. ergo commatis ratio sesquiseptuagesimatertia proportione minor est: quod erat monstrandum. Correlarium vt alia notum est.

Commatis ratio: in superpatiente ratione consistit. 31

ℭ Non enim in superparticulari consistet quandoquidem due superparticulares proxime sesquiseptuagesimaquarta et sesquiseptuagesimatertia omnem prorsus mediam excludant superparticularem. z tanto minus in genere multiplici consistere valebit. vt que septuaginta duas superparticulares habeat se maiores. relinquitur ergo vt ea in superpatiente genere consistere possit. est enim ea maioris et minoris habitudo.

Rationes schismatis atque diaschismatis sunt ignote: atque irrationales. quo fit vt quarum minimi numeri tetragonicum latus non habeant: medietatum rationes ignote irrationalesque sint omnes. 32

256	243				
A	b	c	d	e	
531441	524288				

ℭ Eas rationes ignotas atque irrationales dicimus que nullo certo constitutoque numero designari valent vnque: vt neque in geometricis diametri et coste quadrati proportio: quales schismatum diaschismatumque

proportiones esse diximus. Sint ergo primo a b minimi numeri semitonii minoris: per decimamoctauam huius inuenti: b enim vt illic quoq; monstratum est nascitur ex nouenario in se ⁊ ternario in productum nouenarii in se. at numerus qui ex ductu nouenarii in se exurgebat: erat quadratus et ternarius non est quadratus: ergo per decimamquartam sexti Arithmetices b minus semitonii minoris extremum ex ductu quidem non quadrati in quadratum prouenientis: non est numerus quadratus. Si possibile est ergo vt diaschismatos proportio in numeris sit nota: sint ergo per sextam quarti Arithmetices duo diaschismata in minimis c d e coniuncta. manifestum enim est cum diaschisma sit semitonii minoris dimidium c d et d e simul esse semitonium minus, ⁊ c ad e esse semitonii minoris interuallum. sed et cum proportiones c d ⁊ d e sint continuatae in minimis ergo per quintam quarti Arithmetices c e sunt in sua proportione minimi. Sunt ergo minimi in proportione semitonii minoris. sed ⁊ tales positi sunt a ⁊ b: igitur c et e idem erunt numeri cum a ⁊ b scilz c idem a et e idem b. Preterea quia que proportio c ad d ea est d ad e: ergo per primam sexti Arithmetices c e numerus est quadratus et e numerus quadratus: quare ⁊ b idem numero e etiam quadratus. at b demonstratus est non quadratus. Erit itaq; idem numerus quadratus et non quadratus: quod est impossibile. non igitur diaschisma note proportionis habebitur. et idem de proportione schismatos monstrabitur. Sint enim a b subter designati minimi numeri commatis: quia per vicesimamoctauam huius b minor proportionis commatis terminus fit ex ductu octonarii in quadratum lateris ducentorum quinquagintasex. ⁊ octonarius non est quadratus: ergo per decimamquartam sexti Arithmetices b minor terminus commatis non est quadratus. non igitur simili vt prioris partis demonstratione a b certis designatisq; numeris potest equis proportionibus deduci. Est igitur schismatos eius scilz medietatis ratio ignota: atq; irrationalis Corrolarium ex modo demonstrationis notum est.

33 Tonus: duobus semitoniis minoribus et commate constat.

C Nam ratio sesquioctaua duobus semitoniis minoribus atq; vno commate constat. Superat enim duas dieses duo q; semitonia minora vno commate: at tonus in eadem ratione consistit. constat igitur tonus ex duobus semitoniis minoribus et commate.

34 Tonus a duobus semitoniis minoribus: vno commate distat.

C Nam substracto a sesquioctaua proportione vno commate relinquuntur duo semitonia minora: igitur et eodem commate a tono diducto due dieses ⁊ duo semitonia minora relinquuntur. distat ergo tonus a duobus semitoniis minoribus vno commate.

35 Semitonium minus tribus commatibus maius est: minus vero quattuor. Vnde manifestum est apotomen plura quattuor et pauciora quinq; continere commata.

r	2775319952232583016215307479941 12
q	3281285894456935112572857762317 61
p	2636000619524018023560312389697536
o	217839617963295062674 6568
n	215369396307555776631 0747
m	20678954509879648527319 04
l	1709860 4835172352
k	1667718169966656 9
h	1623126552713 6256
g	134217728
f	129140163
e	127401984
d	524288
c	531441
b	243
A	256

C Non est greca curiositas calculi labore deterrita quo minus quot commata in diesi quot in apotome quot deniq; in tono sint: peruestigaret. quod nisi a prioribus tentatum cognouissem cum id quoq; plus laboris q̄ (vt mihi visum est) in musicis modulationibus vsus vtilitatisq; afferat: missum fecissem. qui tamen id cognoscere desiderauerint hoc pacto deprehendent. Sint a b minimi numeri semitonii minoris et c d minimi commatis: per decimamseptimā ⁊ decimāoctauam huius reperti: duco b in c d et proueniant a f e a in c ⁊ veniat g: per septimam secundi Arithmetices f ad e est commatis habitudo et per octauam eiusdem g ad e habitudo diesios semitoniiq; minoris. Deinde duco e in e ⁊ f in f et e in g et nascantur h k l: per sextam quarti Arithmetices per q̄ facile cognosci potest k h continet duo commata. et per

septimam secundi eiusdem l ad h esse semitonium minus. Deinde duco b in h: et c in k: et b in l: et eo ordine veniant m n o: per eandem sextam quarti cognitu facillimum est n m continere tria commata. et per septimam secundi: o m continere semitonium minus. at n numerus cognoscitur esse minor o. ergo o ad m semitonium minus tria vincit/exsuperatq; commata. Deinde duco h in h et k in k et h in l. et suo ordine exsurgant: oriantur q; p q r. manifestum est per idem quod prius q p continere quattuor commata et r p continere semitonium minus. at numerus r minor est numero q. igitur quattuor commata amplius sunt semitonio minore. Correlarium autem hinc notum est ꝙ semitonium maius solo cõmate superat semitonium minus. atqui semitonium minus plura tribus et pauciora quattuor vt modo visum est continet commata. igitur vnico superadiecto commate semitoniũ maius quod vocant apotomẽ: plura quattuor et pauciora quinq; continere est necesse.

Tonum: plura septem continere commata necesse est. 36

Nam tonus ex semitonio minore et apotome coalescit atq; constituitur. at semitonium minus per penultimam tria continet commata et amplius: et per precedentem apotome quattuor et amplius tria autem et quattuor et amplius: septem sunt et amplius. igitur tonus plura q̃ septem continet commata.

Secundi Elementorum Musicalium Finis.

Sesquitonus: est qui tonum ac semitonium minus continet. quem et trihemitonium: trisemitoniumq; inferius dicemus.
Ditonus est qui duos complectitur tonos.
Tritonus vero qui tres.
Consonantie simplices sunt: diatessaron: diapente & diapason.
Composite vero: diapason diapente: bis diapason.
Diatessaron est consonantia: que ex intervalli sesquitertia ratione nascitur.
Diapente: que nascitur ex sesqualtera.
Diapason vero: que ex dupla.
Diapason diapente: est quam adinuicem iuncte constituunt diapason ac diapente consonantie.
Bis diapason: est quam coniungunt due diapason consonantie.

Nec altius ascendunt Pythagorici ꝙ altius ascendentibus voces quoquo pacto illis stridule vise sint et ꝙ vniuiq; ferme sue vocis modum: limitesq; ad consonantiam bis diapason natura fecerit/ quoq; habita contemplatione musica adusq; consonantiam bis diapason et reliquam vt habeatur q̃ facillimam putauerunt vt qui ad ter atq; quater diapason musicos modulos aptare voluerint: et hac quoq; de causa musici ferme omnes in definienda: determinandaq; atq; tradenda disciplina musica limites Pythagore non transcendunt putantes eius limitibus contenti: et priscam/veteremq; autoritatem secuti sufficienter determinasse. quod et nos in hoc opere tentabimus imitari.

Sesquitonus inter sesquiquintam atq; sesquisextam collocatus est. vnde fit vt etsi sesquitonus iocũde: suauiterq; auditũ feriat: nondũ tamen consonantia ponẽdus sit. 1

291 3	288	283 3	256	243	48 3	40 3
d 5	a	e 6	b	c	f 5	g 6

Sit ergo a ducenta octuagintaocto: b vero ducenta quinquagintasex: et c ducenta /quadragintatria. per decimamoctauam secundi huius manifestum est a ad b esse tonum/ et b ad c esse semitonium minus. quare a ad c per diffinitionem erit sesquitonus, quem dico in proportione minore cõsistere q̃ sit sesquiquinta/ et maiore sesquisexta. Nam capio per decimam secundi huius quintam partem c et veniet numerus 48 et tres quinte qui sit f. Addo igitur f ad c et aggregatus fiat d: qui maior inuenitur q̃ a. igitur per vndecimam secũdi huius d ad c proportio maior est q̃ a ad c. At vero d ad c sesquiquinta est. est itaq; sesquitonus in proportione minore constitutus q̃ sit sesquiquinta proportio. Capio deniq; per eandẽ decimã secundi sextã partẽ c et veniet mihi numerus 40 et semis qui sit g. aggregatus igitur g ad numerũ c restituat numerũ e: certũ est numerũ e minorẽ esse q̃ a. quare vt prius a ad c sesquitonus maior est q̃ e ad c: qui in sesquisexta ꝓportione constituitur. quod est propositum. Correlarium enim cognoscitur. et primum ꝙ sesquitonus suauiter feriat auditum: cuiuslibet musicis modulationibus incenti fidẽ facit sensus. ꝙ vero nondũ consonantia sit: idcirco euenit ꝙ sesquitonus in superparticulari ratione non consistit: quandoquidem inter sesquiquintam et sesquisextam proximas superparticulares nulla cadit interstes: mediaq; superparticularis habitudo. neq; quidẽ est in multiplici genere: quõ per vndecimã primi huius dupla ꝓportio que multipliciũ minima est: ex sesqualtera et sesquitertia proportione maximis quidẽ superparticularibus exurgit atq; nascitur. cõsonantia autẽ oĩs per diffinitionẽ in superparticulari aut multiplici ratione cõsistit, est ergo totũ propositum notum.

2 Itidem ditonus inter sesquitertiam atq; sesquiquartam medius: minime musicam complet atq; perficit harmoniam.

85 1		81		80		72		64		21 e		16
D 3		A		E		B		C		F 5		G

¶ Harmoniam et consonantiam idem dicimus et huius vt precedentis procedit demonstratio. Sint ergo a b c duo toni in minimis cōstituti. vt 81 | 72 | 64. dico ditonū a ad c cōsistere in proportione minore sesquitertia: et maiore sesquiquarta: et musicam consonantiam haud quaq̄ perficere. Capio enim tertiam partem c per decimam secundi huius vt sepe factum est. et venit vnum et viginti cum triente vnius: qui numerus sit f. addo itaq; f 21 et trientem ad numerum c 64. et aggregatus est 85 cum tertia parte vnius: qui idem sit d. manifestum est d ad c esse sesquitertium. at d maior est a: continet enim a duntaxat vnum et octuaginta: d vero octuaginta quinq; et amplius. Est ergo sesquitertia proportio ditono maior. Et rursum capio quartam partem c que sit g: quam addo ad c et surgat e: qui erit ad c sesquiquartus. at a maior est e. igitur per vndecimam secundi huius: ditonus sesquiquartum transcendit. et cum inter sesquitertium et sesquiquartum nullus cadat superparticularis medius neq; multiplex: erit ergo ditonus in proportione superpatienti collocatus. quare musicam consonantiam (etsi in musicis modulationibus sit euphonus suauiterq; auditum feriens) nondum tamen perficit.

3 Ditoni interuallum: sola sesquitonum superat apotome.

¶ Nam sesquitonus vnum tonum continet integrum et secundi toni continet semitonium minus: sed cum tonus ex semitonio minore et apotome constet euadatq; coalitus. ergo sesquitono ad secundi toni completionem sola deest apotome. at ditonus solos duos incolumes integrosq; possidet tonos. ergo ditoni interuallum sola apotome: soloq; semitonio maiore: sesquitoni superat interuallum. quod est propositum.

4 Diatessaron consonantiam in data chorda collocare.

4 3				
A e	d	e	b	

¶ Cum enim epitrita sesquitertiaq; proportio: consonantiam diatessaron creet: idcirco data quacunq; chorda vt a b eam in quattuor equas portiones diuido. vt a e: e d: d e: et e b. et dico a b ad e b consonare diatessaron. Nam a b continet e b et insuper a e que tertie parti e b equatur. est ergo interuallum a b sesquitertium ad e b. ergo a b ad e b per diffinitionem consonat diatessaron: et consonantia diatessaron in chorda a b data: collocata. quod est propositum.

5 Tritonus: consonantiam diatessaron transcendit.

¶ Nam per decimamoctauam primi tres sesquioctaue proportiones amplius sunt sesquitertio interuallo. atqui in tribus sesquioctauis: per diffinitionem tres consistunt toni. igitur in tribus sesquioctauis consistit tritonus. et in epitrito: sesquitertioq; interuallo consistit consonantia diatessaron. igitur consonantiam diatessaron transcendit vt proponebatur: tritonus.

6 Consonantiam diatessaron: duobus tonis atq; semitonio minore constare necesse est. Vnde facile comparatum est sesquitonum tono: et ditonum semitonio minore citra diatessaron concentum deficere. Compertum item est consonantiam diatessaron quinq; dieses & duo commata continere.

Diatessaron consonantia.				
A e			b	

¶ Sit a b et e b consonantia diatessaron. dico eam duobus tonis et semitonio minore constare. Nam cum a b et e b sit diatessaron: erit a b et e b per conuersionem diffinitionis sesquitertius. at cum semitonium minus per diffinitionem sit id quo sesquitertia duobus tonis maior est. continet ergo a b et e b semitonium minus et duos tonos. igitur consonantia diatessaron duobus tonis: semitonioq; minore constat. Et primum correlarium hinc facile cognoscitur. Cum enim sesquitonus solum tonum et semitonium minus contineat: deest igitur ipsi ad consonantiam diatessaron complendam per presentem vnus tonus. et cum ditonus solum duos complectatur tonos: deerit ipsi ad eandem complendam semitonium minus. Secundum vero hinc haud difficile perspicitur cognitum. Nam cum tonus per tricesimamtertiam secudi duas dieses et vnū comma contineat: duo toni quattuor dieses et duo continebunt commata. At per presentem diatessaron consonantia duobus tonis vnam diesim superaddit. continet igitur consonantia diatessaron quinq; dieses atq; duo commata. quod est totum propositum.

Quinq; toni: duas diatessaron consonantias vno commate vincunt: euaduntq; 7
maiores.

¶ Putauit Aristoxenus musicus diatessaron consonantiam duobus tonis et integro semitonio constare. et proinde duas diatessaron consonantias: quinq; tonos implere. cuius error ex tertio Musices diui Seuerini boetii et ex hac et precedente facile conuincitur. Nam per precedentem consonantia diatessaron non ex duobus tonis et semitonio integro constat: verum ex duobus tonis et semitonio minore. quod ex vicesima prima secundi inter sesquioctauam decimam et sesquinonam decimam proportionem collocatur. integrum autem semitonium per decimamquartam eiusdem: inter sesquisextamdecimam et sesquiseptimamdecimam collocaretur. diminutius est ergo semitonium minus integro semitonio. Quia ergo vt per precedentem dictum est: consonantia diatessaron duos tonos et semitonium minus continet: due igitur diatessaron consonantie continebunt tonos quattuor et duo semitonia minora. et quia per tricesimamtertiam secundi tonus continet duo semitonia minora et vnum comma. ergo due diatessaron consonantie quinq; tonos vno commate minus: continent. quinq; igitur toni: duas diatessaron consonantias vno commate vincunt atq; euadunt maiores quod intendebatur.

Consonantiam diapente: in assignato neruo constituere. 8

3	2		Consonantia diapēte.
A	c	d	b

¶ Sit assignatus neruus a b supra quem iussum sit consonantiam diapente collocari: diuido a b in tres adinuicem equas partes per notas c d b. ita vt a b tres contineat et c b earum contineat duas. erit per diffinitionem a b ad c b hemiolium: sesquialterumq; interuallum. sed cum consonantia diapente: per diffinitionē ex ea interualli ratione nascatur. ergo a b ad c b consonabit diapente. eritq; a b ad c b in data chorda assignato ve neruo consonantia diapente collocata.

Tres toni: consonantia diapente minus sunt. & quattuor eandem consonantiam 9
transcendunt.

¶ Etsi ex quinta huius satis cognoscatur tritonum non posse efficere diapente consonantiam: hec etiā ostendit tritonum diapente consonantia esse minorem. Nam per decimamoctauam primi huius tres sesquioctaui minus sunt sesqualtero interuallo. et per decimamnonam eiusdem quattuor sesquioctaui sesqualterum superant interuallum. consonantia autem diapente in sesqualtero sita est. ergo tres toni in tribus sesquioctauis constituti. minus sunt consonantia diapente. et quattuor toni in quattuor cōsistentes sesquioctauis eandem consonantiam magnitudine transcendunt: quod est totum propositum.

Consonantia diapente: tribus tonis: semitonioq; minore constat. Quo fit vt a dia- 10
pente subducto tono: diatessaron consonantia relinquatur. subducta autem diatessaron consonantia: relinquatur et tonus.

¶ Nam per decimamquintam primi si a sesqualtero interuallo sesquitertium demptum fuerit: relinquetur sesquioctauum. sed vt in demonstratione sexte huius visum est: sesquitertium continet duos tonos cum semitonio minore. ergo consonantia diapente sesquioctauum hoc est tonum vltra duos tonos cum semitonio minore continens: tribus tonis et semitonio minore constabit quemadmodum propositum est. Correlarium cognoscitur. Nam diapente per presentem continet tres tonos cum semitonio minore. at substracto tono residui sunt duo toni: atq; semitonium minus. et per sextam huius duo toni cum semitonio minore constituunt consonantiam diatessaron. substracto igitur tono a consonantia diapente: relinquitur diatessaron. sed et cum diapente constet ex tribus tonis cum semitonio minore: substracta ergo diatessaron consonātia que duobus tonis et semitonio minore completur: relinquetur quemadmodum secunda pars correlarii proponit: tonus. quod est totum correlarium.

Diapente consonantia: minus octo semitoniis minoribus continet. 11

¶ Nam cum tonus vnus duo semitonia minora et vnum comma contineat: tres toni et vnum semitonium minus septem semitonia minora et tria commata continebunt. ac tria commata per tricesimamquintam secundi huius semitonio minore sunt contractiora. ergo diapente que per precedentem tribus tonis et semitonio minore constat: minus octo semitoniis minoribus continebit. sed quemadmodum facile monstratum est diapente consonantiam nondum octauum attingere semitonium minus: octauamq; diesim: ita quoq; facile monstratum esset: eādem consonantiam nondum septimam attingere apotomē.

Diapente consonantia: ditono sesquitonoq; coniungitur. 12

¶ Nam diapente per penultimam tribus tonis et semitonio minore constat. et ditonus et sesquitonus simul tres tonos et semitonium minus efficiunt. igitur ditonus atq; sesquitonus pariter copulati consonantiam diapente iungunt: quod intenditur.

Consonantiarum diapente & diatessaron: tonus differentia est. quo fit vt diatessa- 13
ron consonantia adiuncto tono: consonantiam diapente restituat.

¶ Differentia hic vocatur ea proportio qua maior superat minorem. Nam per correlarium decime huius subducto tono a consonantia diapente relinquitur consonantia diatessaron. solo igitur tono consonantia diapente consonantia diatessaron est maior. Est igitur per diffinitionē: harum consonantiarum tonus differentia. ⁊ correlarium statim ex propositione notum est.

14 Bis diatessaron: sesquitono consonantiam diapente transcendit.

¶ Diatessaron enim per sextam huius duos tonos atq; semitonium minus continet. ergo bis diatessaron quattuor tonos ⁊ duo semitonia minora continebit. atqui a quattuor tonis ⁊ duobus semitoniis minoribus dempto sesquitono: relinquuntur tres toni et semitonium minus. At vero per decimam huius consonantia diapente totidem tonos cum semitonio minore complectitur. ergo bis diatessaron: sesquitono consonantiā diapente transgreditur transcenditq; quemadmodum proponitur.

15 Consonantie diatessaron ac diapente: in maximis superparticularibus sunt collocate.

¶ Nam ex diffinitione consonantia diatessaron in epitrita sesquitertiaq; proportione collocatur. et diapente in hemiolia atq; sesqualtera. at nulle superparticulares sesqualtera ⁊ sesquitertia sunt maiores nam a secunda ⁊ tria parte que maxime sunt sese consequentes partes denominantur. igitur he consonātie ex maximorum superparticularium originibus ducte: in maximis superparticularibus sunt collocate quod est propositum.

16 Bis diatessaron aut bis diapente: nullam consonantiam componere potest.

¶ Hec proponit duas diatessaron consonantias aut duas diapente consonantias: nullam constare posse cōsonantiam. Nam et diatessaron et diapente non in multiplicibus sed superparticularibus sunt constitute ⁊ per primam petitionem que intervalli ad intervallum proportio est: ea quoq; est et soni ad sonū. at per sextā primi duo similia intervalla non multiplicia: neq; multiplex neq; superparticulare creāt intervallum, quare neq; illorū soni in multiplici: neq; in superparticulari genere existit. omnis aūt consonātia aut in superparticulari aut in multiplici ratione collocanda est. sic eñ consonantie nomine hoc in loco Pythagoricam sequentes autoritatem: suscepimus utendum. ergo due consonantie diatessaron aut due diapente: nullam efficient consonantiam. et nō modo id verum sit: sed ⁊ quotquot consonantie diatessaron in immensum copulentur et quotquot diapēte: nullā vnq; consonantiam ex quinta primi huius efficere valebunt.

17 Adiuncto ad consonantiam diapente tono: nulla parabitur consonantia. item neq; ad diatessaron trisemitonio.

G	11			Numeroꝝ differētia.		T	3384				Numeroꝝ R S differētia
E	27	F	16	Sexta maior		R	9216	S	5832		Sexta minor
C	9	D	8	Tonus		P	2304	Q	1944		Sesquitonus
A	3	B	2	Diapente		N	4	O	3		Diatessaron
						L	256	M	243		Semitonium minus
						H	9	K	8		Tonus

¶ Et si hic sonorum congressus nondum consonantia sit euphonum tamen musici reputant melo: modulaminibusq; aptum: sextamq; q sex impleatur vocibus nostri nunc nūcupant. ⁊ quattuor tonis atq; vna diesi hoc est semitonio minore constat. qui q nondum consonantia sit patet. Accipio enim a ⁊ b ternariū ⁊ binarium: minimos scilꝫ numeros consonantie diapente. ⁊ c d novenariū atq; octonarium minimos numeros toni. et duco c in a ⁊ veniat e septem supra viginti. et d in b ⁊ veniat f decem ⁊ sex. per tertiā quinti Arithmetices e ad f continet sesqualterum ⁊ sesquioctauum: quare e ad f continet diapente atq; adiunctum tonum. at manifestum est e ad f 27 scilicet ad 16 non esse multiplex. nam septem ⁊ viginti non continent bis aut tertio aut deinceps sedecim. neq; e superparticularis est ad f. nam differentia numeri e ad f est vndecim qui numerus numeri 16 pars nulla est. transcendit enim vndenarius sedenarii dimidium. igitur adiunctus ad cōsonantiam diapente tonus: nullam parit consonantiam, et simili argumento adiecto ad consonantiam diatessaron sesquitono: nulla fit consonantia vt ex secunda figuratione perfacile patere potest. fit tamen euphona vocum congressio: quam item sextam nuncupant: sed que a prima contractior tota distet apotome. est ergo hec minor illa vero maior. constat enim prima vt dictum iam est: quattuor tonis ⁊ vna diesi: secunda vero tribus tonis ⁊ duabus diesibus. Primam sonat Parhypate hypaton ad mesen: secundam vero que contractior est: sonat hypate hypaton ad Lichanon meson. que autem hypate que parhypate: qui lichani et que mese dicantur: sequens liber declarabit.

18 Quo pacto diapason consonantia: in chorda sit adiungenda.

A	C	B	Consonantia diapason.

¶ Hec consonantiarum vt in libro Problematum testatus est Aristoteles: elegantissima pulcherrimaq; est. chordam ergo a b seco per medium per notam c. et quia a b ad c b est dupla intervalli habitudo. ergo per diffinitionem a b ad c b consonat diapason.

Consonantia diapason: in sex tonis minime consistit, sed quinq; amplior: sex vero tonis: consonat contractior. 19

℄ Nam per vicesimam primi quinq; coniuncti sesquioctaui: minus duplici internallo coniungunt. et per vicesimam primam eiusdem sex coniuncti maiores vno duplici interuallo euadunt. ergo quinq; toni minores sunt diapason consonantia et sex eadem sunt ampliores. consonat ergo diapason quinq; tonis amplior: sed et sex eadem modulabitur inferior.

Diapason: ex diatessaron et diapente consonantiis coniungitur. 20

℄ Nam per decimamquartam huius diatessaron et diapente in maximis superparticularibus sunt collocate. at per vndecimam primi duplex internallum ex duobus maximis superparticularibus coniungitur et duplex internallum: consonantie diapason interuallum existit. igitur consonantiam diapason: diatessaron et diapente consonantie simul coniungunt. quod est propositum.

Consonantia diapason: quinq; tonis et duobus semitoniis minoribus que tonum minime complent: perficitur. Vnde quoq; manifestum esse potest: consonantiã diapason solo a sex tonis commate distare. 21

℄ Per precedentem enim diatessaron & diapente consonantiam diapason iungunt. diatessaron autem per sextã huius duobus tonis et semitonio minore constare monstrata est: et diapente per nonam tribus tonis semitonioq; minore. at duo toni et semitonium minus et tres toni et itidem semitonium minus simul conflati: quinq; efficiuntur toni atq; duo semitonia minora. atqui duo semitonia minora tonum non perficiunt: verum ab eo deficiunt commate. igitur consonantia diapason quinq; tonis et duobus semitoniis minoribus: que tonum minime implent quemadmodum iam propositum est perficitur. ℄ Correlarium ex demonstrationis calce notum esse potest. Ex quo liquet perfacile esse in neruo musicum comma peruestigare. Nã in eo a principio constitutis: continuatisq; sex tonis et ab eodem nerui initio ad mediam chorde notam intensa diapason consonantia quod inter mediam nerui notam et vltimum sex tonorum signũ continetur: ex precedentis correlario erit commatis interstitium.

Dempta ex diapason consonantia diapente: relinquitur diatessaron. et ex eadem dempta consonantia diatessoron: relinquitur diapente. demptis autem ex ea diapente et tono relinquitur sesquitonus. 22

℄ Prima pars et secunda statim per penultimam cognite sunt. Item et per precedentem. Nam per precedentem diapason quinq; tonis & duobus semitoniis minoribus constat: a quibus si tres tonos et vnum semitonium minus tollas que per decimam huius diapente consonantiam continent: relinquitur duo toni & semitonium minus: que per sextam huius diatessaron consonantiam efficiunt. dempta igitur ex diapason consonantia diapente: relinquitur diatessaron: quod est primum. Secundum eadem facilitate declaratur. Nam ex quinq; tonis et duobus semitoniis minoribus si duos tonos & semitonium minus tollas: relinquuntur tres toni et semitonium minus. Tertium consimiliter. demptis enim a cõsonantia diapason hoc est a quinq; tonis et duobus semitoniis minoribus dẽptis in quam quattuor tonis et semitonio minore reliquus est tonus vnus & semitonium minus. Et quot dieses quot apotomas quot denique commata contineat diapason: deprehensionis sunt facillime: in nulla tamen equaliter: tota ipsa diuidua est quandoquidem diapason in multiplici ratione consistit que omnino in quotlibet equas proportiones que multiplices non sint per sexagesimam noni arithmetices diuidi non potest.

Nulla simplex cõsonantia: in duo equalia: certo cõstitutoq; numero diuisibilis est. 23

℄ Simplices consonantias vocamus diatessaron diapente diapason. de diatessaron autem & diapente constat que ex superparticularibus interuallis surgunt: que per quintam primi nullo pacto hunc in modum diuidi possunt. de diapason vero consonantia idem subit iudicium. Nam quoniam minimi eius numeri sunt duo et vnum: et duo quadratus non est: igitur per correlarium tricesimesecunde secundi huius consonantia diapason que consistit in proportione duorum ad vnum minime in duo equalia partietur. & eodem quoq; iure neq; eadem consonantia in plura duobus dimetietur: dirimeturq; equalia. Et profecto velle hoc pacto cõsonantiam diapason in plura equa diducere: est in geometricis diametrum coste quadrati velle commensurare. sed id vltimum musicum non est.

Diapason ac diatessaron: consonantiam non esse. 24

E 8		f	3	G 2
2	1	4	3	
A	b	c	d	

℄ Etsi in diapason ac diatessaron sit duarum vocum dulcis: amenaq; congressio vt quemadmodum cum pulsatur sesquitonus: non idcirco tamẽ euenit diapason ac diatessaron consonantiam dici mereri. Tametsi Ptolomeo secus q̃ Pithagoricis hac in re visum sit: quod monstratu facillimum est. Sint enim a et b binarius & vnitas: minimi scilz numeri consonantie diapason et c d quattuor & tria minimi identidem consonantie diatessaron duco c in a et veniet octonarius qui sit e: et d in b et veniet ternarius: qui sit f. per tertiam quinti Arithmetices e ad f continet duplam et sesquitertiam: quare diapason ac diatessaron.

sed e octonarius non est multiplex ad f ternarium: neq̃ superparticularis ꝙ cum bis contineat et insuper binarium q a l ternarij nō pars vlla est sed partes. Est eñ octonarius ad ternariū duplex subperbipartiēs. Nō est igitur diapason ac diatessaron consonātia. Oīs eñ consonātia aut in superparticulari: aut in multiplici genere ex diffinitione consistit. Et in hoc facile cognosci potest ex nono Problematū libro ꝙ Pythagoricis consensit Aristoteles: cum inquirit cur non bis diapente: aut bis diatessaron reddi consonantia potest: vt bis diapason coaptari solet. Hoc inquit ideo est ꝙ diapente consonantia posita in proportione sesqualtera est diatessaron vero in sesquitertia. ꝙ si duo sesqualteri aut sesquitertij numeri ordine disponantur: extremi nullam inuicem proportionē habebūt. neq̃ eñ superparticulares neq̃ multiplices esse poterunt. at diapason concinētia qm̄ in duplari proportione cōsistit: hac geminata: quadruplam inuicem extremi tenebūt: habebūtq̃ proportionem. Vides ergo quo pacto Aristoteles consonantiarū proportiones solas superparticulares aut multiplices efficit: superpartientes quasi prorsus nulle sint repudiās. Et re vera Ptholomei cū Pythagoricis magis in nomine ꝙ in re ipsa dissensio putanda est. Sed de his hactenus.

25 Diapason ac diapente: in triplici consistit ratione. Estq̃ diapason ac diapente consonantia vna.

¶ Qđ enim diapason ac diapente in tripla ratione consistat: hoc ideo est ꝙ ex duodecima primi ex duplici atq̃ sesqualtero interuallo triplex nascitur interuallum. duplex autem ⁊ sesqualterum sunt consonantiarum diapason ⁊ diapente interualla. igitur iuncte consonantie diapason ac diapente in tripla ratione consistit. sed cum sensu iam satis sit exploratum hunc concētum modulate: suauiterq̃ ad auditum peruenire: ergo per diffinitionem is concentus consonantia est. quod est totum propositum.

26 Diapason diapente ac tonus: melos citra consonantiam eliciunt.

27			8
e			f
3	1	9	8
a	b	c	d

¶ Melos hic vocamus suauem auribus acceptam voculationem: amenisq̃ plurium vocum congressum: sed ꝙ diapason diapente ⁊ tonus simul iuncta melos constituunt: statim notum est. Nam hec sonorum vocalatio suauiter vt experientia discitur auribus accidit. sed ꝙ consonantiam nullam paret: ostēditur. qm̄ enim per precedentem diapason ac diapente in tripla proportione consistit. Sint ergo a b tria ⁊ vnum minimi cōsonantie diapason ac diapente numeri: ⁊ c d nouem ⁊ octo minimi numeri toni. duco e in a ⁊ d in b ⁊ veniāt e f 27 scilȝ ⁊ 8 inter que est diapason diapente atq̃ tonus. sed e ad f neq̃ superparticularis neq̃ multiplex: quinimmo e continet f ter et tres eius octauas: estq̃ e ad f triplus supertripartiēs octauas. non concinit igitur e f aliqua consonantia. quod totum est propositum.

27 Bis diapason consonantia: in quadruplari constituta reperitur habitudine.

¶ Qđ eñ bis diapason in quadruplari cōsistat: statim est manifestum. Nam per decimātertiam primi duo duplicia interualla quadruplex iungunt interuallum. diapason aūt in duplari consistit. igitur bis diapason quadruplarem iungit habitudinem: que est multiplex. ⁊ cum bis diapason ad auditum suauis: emodulataq̃ perueniat vt id quoq̃ sensu satis perceptum est. ergo per diffinitionem erit consonātia. qđ erat monstrandū.

¶ Pythagorici ⁊ priores musici omnes: concentuum modum in terminis quadruple atq̃ in finibus consonantie bis diapason perstrinxerunt: non temere longius progressi aut ꝙ inter illos terminos vniuscuiusq̃ fact a natura reperitur sue vocis modus: aut ꝙ stridulus ille canor illis vt iam quoq̃ dictum est visus est ꝙ necessariam iam relinquant mediocritatem: aut ꝙ hactenus contemplatio satis ipsa esse visa est ad musicam institutionem. Posteritas autem ad ter diapason vel ⁊ amplius adauxit ad terminos vsq̃ octuple longius euagata: de quibus necessaria speculatio non incumbere videtur: sed pauca paucis strinxisse satis erit. Nā qui modulationem supra bis diapason cognoscere desiderabunt: facili demonstratione vt precedentia percipient. bis enim diapason ac diatessaron in proportione quincupla sesquitertia consistit. ⁊ proinde plane cōsonantia patāda nō est. bis diapason ac diapente in proportione sescupla et ideo consonantijs annumerata. ter vero diapason in proportione octupla.

28 Omnes consonantias: in data chorda suo ordine subiungere: et eas sensu perceptibiliter experiri.

A	c		d		e		f	g		b

¶ Sit a b data chorda in qua propositum sit consonantias diatessaron \| diapente \| diapason \| diapason ac diapente \| et bis diapason situare. Colloco in signo a brachium circini immobile et ad totius chorde quartā partem extendo circini brachiū mobile: ⁊ in termino eius pono notā c. deinde extēdo idē brachiū ad eiusdē chorde partē tertiā: ⁊ in termino pono d. mox ad totius chorde partē mediā quā designo nota e. deinde eodē brachio capio totius chorde bissem: hoc est duas tertias: ⁊ in termino bissis pono f. mox extēdo circinū ad chorde dodrantē: hoc est ad tres eius cōpletas quartas: in cuius fine affigo notam g. Hic sic a b ⁊ c b per quartam huius cōsonat diatessaron. a b ⁊ d b per octauā diapēte a b ⁊ e b per decimāoctauā diapason a b ⁊ f b per vicesimāquintā diapason ac diapēte. postremo vero a b ⁊ g b per precedentem bis diapason. Suppone igitur musicale hemispheriū sensim singulis chorde notis ⁊ sono a ad totius chorde sonū diligēter attēde. et suo ordine ꝑpositas cōcinētias annotabis. quod promptius experiri valebis: si chorde a b chordā equisonam: vnisonam q̃ etiā collocaueris: cuius sonum cum singulis sectionū a b percussionibus non segniter attenderis.

Consonantiarū hoc pacto digestarum: finis consonantie diatessaron: ad finem diapente sonat tonum: ad finem diapason: consonat diapente. ad finem diapason ac diapente: inconsonus. ad finem vero bis diapason: consonat diapente ac diapason. 29

a	c	d	e	f	g	b

¶ Sint a | c | d | e | f | g | b modo qui dictus est digeste consonantie: dico c b finem consonantie diatessaron ad d b sonare tonum | ad e b esse diapente | ad f b inconsonum esse | ad g b vero cōsonare diapente ac diapason. Nam per precedentem a b et c b est diatessaron et a b et d b diapēte. dempta ergo a b et c b diatessaron consonantia ab e b et d b diapente: per correlariū decime huius relinquitur tonus. quod autē relinquitur est c b et d b: igitur c b ad d b sonat tonum. et quū per precedentē a b et e b cōcinit | modulaturq; diapason: substracta igitur a b et c b diatessaron ab a b et e b per vicesimāsecūdā huius quod relinquitur est diapente. atqui quod relinquitur est c b et e b: igitur c b ad e b cōsonat diapente. et quia per precedentem a b et f b consonat diapason ac diapente: subducta igitur a b et e b consonātia diapason: quod relinquitur est diapente. quod autē relinquitur est e b et f b. igitur e b et f b consonantia est diapente. sed per modo monstratum c b et e b etiam diapente est: igitur c b et f b est bis diapente. At per decimāquartā huius bis diapente consonantia componi non potest: igitur c b ad f b incōsonus est. Postremo quū vt ex precedēti notū est a b et g b cōsonat bis diapason. dēpta igitur a b et e b diapason consonantia relinquitur e b et g b esse diapason. atqui c b et e b per secūdam partem huius monstrata est esse diapente. igitur adiuncta c b et e b consonantia diapente ad e b et g b constituitur diapente ac diapason. consonat ergo c b et g b diapente ac diapason. quod est totum propositum.

Si positis consonātiis: finis diapente ad finem diapason modulatur diatessaron: & ad finem diapason ac diapente: modulatur diapason. ad finem vero bis diapason euphonus est: sed qui nondum consonantia est. 30

a	c	d	e	f	g	b

¶ Esto precedentis hypothesis: dico d b finem diapente ad e b consonare diatessaron. ad f b diapason. et ad g b sonare diatessaron ac diapason. Nam per penultimam a b et e b consonantia est diapason. et a b et d b diapente. substracta igitur a b et d b diapente: ab a b et e b consonantia diapason: per vicesimāsecūdam huius relinquitur diatessaron. quod autē relinquitur est d b et e b: igitur d b ad e b cōsonat diatessaron. et quia in precedenti monstratum est e b et f b esse diapente: et nunc d b et e b esse diatessaron: ergo per vicesimam huius d b et f b ex illis duabus conflata: coalitaq; consonantia modulabitur diapason. Rursum cum e b et g b in precedenti monstrata sit diapason: et e b et f b diapente: ergo per vicesimamsecūdam huius f b et g b est diatessarō. et d b et f b nunc monstrata est diapason. igitur d b et g b est diapason ac diatessaron: que cum modulatio sit euphona et eam monstrauerit vicesimaquarta huius non esse consonantiā: totū liquet monstratū propositū. et ex hac quoq; pariter cognitum est finem diapason: ad finem diapason ac diapente modulari diapente vt e b ad f b et ad finem bis diapason consonare diapason.

Consonantiarum sic collocatarum: totius chorde atq; cuiusq; sectionis numeros designare. 31

24	18	16	12	8	6	
a	c	d	e	f	g	b

¶ Duco duo | tria | et quattuor in sein uicem: et numerum inde surgentem atq; productum qui habebit secūdam tertiam et quartā: pono totius linee numerum quē ideirco voco numerum a b. ab quo demo quartam partem et reliquus sit c b: et erit primus numerus ad ipsum sesquitertius. quare diatessaron. et ab eodem numero demo partem tertiam et residuus sit d b: eritq; a b ad d b sesqualter: quare consonantia diapente. et iterum ab a b diduco partem mediam et residuus sit e b: eritq; a b ad e b duplus. quo circa diapason consonantia inter eos exurget. et numeri a b sumo solam tertiam que sit f b. erit ergo a b ad f b habitudo tripla continebunt igitur a b et f b diapason ac diapente. Rursum numeri a b sola quarta sit g b: erit a b ad g b quadruplus. quare a b et g b sunt numeri bis diapason. Sunt itaq; totius chorde a b et cuiusq; sectionis eius secundum assignatas consonantias designati numeri. quod erat demonstrandum.

Quotcunq; harmonicas medietates assignare: inter quarū terminos eorūq; differentias omnes musice reperiantur consonantie. 32

Harmonice	12	8	6		Epitritus	b c	Diatessaron
Medietates	6	4	3		Hemiolus	a b	Diapente
	a	b	c		Duplaris	a c	Diapason
Differentie		2	1		Triplaris	c e	Diapason diapēte
		d	e		Quadruplaris	b e	Bis diapason.

¶ Harmonica medietas in Arithmeticis diffinita est quū triū terminorū vt maximus ad minimū: ita differentia maiorū ad differentiā minorū. Sit ergo c quicūq; numerus partem tertiā habens que sit e: duplo c. sitq; duplatus a. manifestum est a ad c esse duplum. et quia cōtinet tria e: ipsum a cōtinet sex e. addo e ad c et fiat b

et erit notum b ad c esse sesquitertium: et b continere quattuor c atq; esse differentiam b ad c. Itidem quia b cōtinet quattuor c et a cōtinet sex c: a erit sesqualter ad b. et quia b equatur quattuor c et a sex: ergo differētia a ad b equatur duobus c que sit d. quia eū d equatur duobus c: ergo d duplus est ad c. dico ergo a b c datam esse harmonicam medietatem. inter cuius terminos a b c et eorū differētias d c oēs musice consonātie repe- riantur. nam a ad b maximi ad minimū mōstrata est proportio esse dupla et similiter habitudo d ad c differen- tie scilz maiorū ad differentiā minorū etiā ostensa dupla. sunt igitur per diffinitionem a b c termini in har- monica medietate cōstituti. At si b ad c cōpares mōstratus est sesquitertius: quare cōsonantie diatessaron in- tervallum. et si a ad b: mōstratus est sesqualter atq; hemiolus et diapente internalium. et si a ad c: duplum ha- bes et consonantiā diapason. si vero c ad c cōtuleris: habea triplum: et per vicesimāquintā tertij consonantiā compositam diapason ac diapente. et si b ad c: quadruplum: et per vicesimamseptimam tertij bis diapason. At cum cetera monstrata sint non esse consonantias: constat diatessaron| diapente| diapason| diapason ac diapente et bis diapason omnes cōsonantias quibus in disciplinis se exercere solent musici: inter terminos harmonice medietatis et eorū differentias: fuisse repertas. et si duxeris binarium in a b c et in illos qui inde provenerint et quoties volueris in provenientes: ex septima secūdi Arithmetices cognoscere promptum est toties cōstitui harmonicā medietatē cōsimiles inter suos terminos et suorū terminorū differentias: cōsonā- tias musicas servantē. et idē fuerit si quēcunq; alterum numerum in illos terminos duxeris. placuit tamē di- vo Severino quadragesimo octavo capite secundi sue Arithmetices ad oēs consonantias musicas cōple- ctendas: duas ordinare medietates harmonicas: unam in duplari et alteram in triplari. sed et idem etiā fieri posse vna sola constituta iam satis monstratum arbitramur.

33 Quotlibet maximas harmonias quarum quelibet primordium consonantiarū: consonantiasq; contineat omnes: constituere.

Maxima har.	24	18	16	12			
Maxima har.	12	9	8	6	Epogdous	b c	Tonus
	a	b	c	d	Epitritus	a b	Diatessaron
Differentie	3			3	Hemiolus	a c	Diapente
	e			f	Duplaris	a d	Diapason
Differentie	4			2	Triplaris	d h	Diapason diapente
	g			h	Quadruplus	c h	Bis diapason.

¶ Maximam harmoniam vocant quādo quattuor solidorū terminorū in geometrica medietate constituto- rum: inter maximū vnū mediorū et minimū medietas Arithmetica cōtinetur: et rursum inter maximū termi- norū. alterū mediorū et minimū cōtinetur harmonica. Medietas geometrica est qā terminorū est proportio- num similitudo. Arithmetica vero quādo terminorū est differētiarū equalitas. quid Harmonica iam dictū est. Solidi termini dicuntur qui ex triū in se laterum ductu producuntur. sed hec oīa ex Arithmeticis notissima sunt. Primordiū consonantiarū appellamus tonum. ¶ Capio ergo d numerū quēcūq; qui secundā et tertiā habeat: sitq; eius secunda f et tertia h. duplo d et sit duplatus a: quiquidem a duplus erit ad d. addo b ad d sitq; cōpositus c. eritq; sesquitertius ad d. sed et cū a monstratus sit duplus ad d: ergo per vndecimam primi hui⁹ a ad c est sesqualter. Preterea f secūdā partem d addo ipsi d et cōpositus sit b: certū est b ad d esse sesqual- terum. quare per eādem vndecimam primi a ad b est sesquitertius. Ab a c igitur qui mōstratus est sesqualter: ablato a b sesquitertio per quintādecimā primi relinquitur b ad c sesquioctavus. Sit preterea g differentia a ad c: quia d cōtinet tria h: c cōtinebit quattuor et a sex. ergo g differētia a ad c cōtinet duo h: est itaq; g ad h du- plus. et quia f est medietas d: et b est sesqualterum ad d: ergo b continet tria f. est itaq; f tertia pars b: sed et a sesquitertius ad b addit super eū tertiā partem ipsius b: ergo differētia a ad b que sit e equatur f. dico ergo a| b| c| d| maximā cōstituere harmoniam: que tonū consonantiarū elementum| et oēm cōplectitur cōsonantiam. Nam a ad b mōstratus sesquitertius et similiter c ad d sesquitertius. cōtinēt igitur a ad b et c ad d per diffini- tionem geometricam medietatem. et differētia a ad b maximi ad vnū mediorū est e| et b ad d eiusdē medij ad minimū est f| et e et f mōstrate sunt equari. igitur per diffinitionem a ad b et b ad c constituitur in Arithme- tica medietate. sed et a ad d maximus ad minimū mōstrat⁹ est duplus. et similiter g differētia a ad c maximi ad reliquū mediorū demōstrata: dupla ad h differentiā c ad d eiusdē medij ad minimū. igitur per diffinitionem a c d cōstituunt in harmonica medietate. Cōstat igitur per diffinitionem a| b| c| d si solidi sint constituere maximā harmoniam. q̄ si solidi non sint: due quēcūq; numerū in quēlibet ipsorū et provenient solidi in eisdem habitu- dinibus quorū cuiuslibet latera erunt vnitas| numerus in illos ductus et singuli eorum ad singulos: sicq; cō- stabit maximam constitutam esse harmoniam. sed iam ostensus est b ad c sesquioctavus: igitur per diffinitio- nem b ad c continet tonum, consonantiarum primordium. et a ad b est sesquitertius. igitur a ad b cōtinet dia- tessaron. et a ad c monstratus est sesqualter: igitur a ad c continet diapente. et a ad d duplus: igitur a ad d dia- pason. et d ad h triplus: igitur d ad h diapason ac diapēte. et c ad h monstratus quadruplus igitur c ad h continet bis diapason. et quoties duxeris quemcunq; numerum in a| b| c| d aut in productos ex illis adiu- uante septima secundi Arithmetices et diffinitionibus: toties constitues maximam harmoniā tonum et om- nes consonantias continentem. est igitur effectum quod proponebatur. Ex ex hac intelligere potes esse de- monstratum que divus Severinus affert de harmonia: cubi quadragesimonono| et de maxima harmonia quinquagesimoquarto capite secundi sue Arithmetices.

34 Omnis numerus ternaria progressione ad se adiectus: omnem consonantiam in Arithmetica medietate complet.

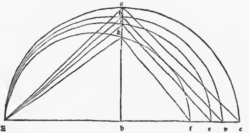
Cōsonātie i Arithmetica medietate				A primis unitate				A secda unitate				A tertia unitate			
3	6	9	12	1	2	3	4	10	20	30	40	100	200	300	400
duplus diapason		sesquiterti⁹ diatess.		duplar		epitrit⁹		diapas.		diatess.		diapason		diatessa.	
	sesqualter diapēte				hemiol.				diapē.				diapente		
Triplus. diapason diapen.				Triplaris				diapa. diap.				diapa. diapente			
Quadruplus. bis diapason				Quadruplaris				Bis diapason				Bis diapason			

¶ Intelligitur ternaria progressione ad se addi numerus quando additur primo ad se semel: deinde bis: deinde ter. Dico ergo quēcunq; numerum ad se hoc pacto additum: omnem cōstituere consonantiā musicā. Nam semel sibi adiectus: duplex ad se efficit: & diapason consonantiam. et bis sibi additus: ad primā additionem sesqualterum cōstituit & diapente: & ad se triplū atq; diapason ac diapente. nam in prima additione bis: & in secūda ter cōtinetur. ter vero sibi additus ad secūdā additionē facit sesquitertiū & diatessaron: nā primus num. erus hic quater: illic vero ter continetur. & ad se quadruplum facit et bis diapason. in hac igitur progressione omnis continetur consonantia musica. et quia continue numerorum ex eius additione surgentium ipse numerus additus est differētia: ergo reperte consonantie in Arithmetica medietate continentur. et ex hac cognoscitur cur in omnium unitatum quaternaria progressione que ubiq; denarii Pythagorici plenitudinem implet: omnes consonantie musice et in Arithmetica quidem medietate reperiantur.

Tonum et omnem consonantiam simplicem: in duo equa partiri: veraq; medieta- 35
tum puncta: geometrice monstrare.

¶ Precedentes septima secūdi: & vicesima tertia tertij pretendūt tonū: diatessaron: diapante ac diapason in duo equa dividi non posse. Hec vo monstrat quo pacto ea omnia possint in duo equa partiri. nec hoc quidē repugnat. Nam precedentes contendunt id effici non posse Arithmetice certo constitutoq; numero atq; rationali habitudine: hec vero id effici posse geometrice sine numeri constantiq; ratione.





¶ Sit ergo data chorda a b superiori in qua inveniatur integrum semitonium: et consonantiarum diatessaron: diapente ac diapason vera media reperire. Facio a b & c b tonum. a b et d b diatessaron. a b & e b diapente. a b et f b diapason eo qui in precedentibus monstratus est modo. Deinde in inferiori linea a c indefinite quātitatis capio a b equalem linee superiori a b. & b c continue equalem linee b c superiori. et a puncto b versus c: capio lineam b d equalem chorde b d. et b e equalem chorde b e. et b f chorde b f. et intelligo quattuor dimidios circulos a c|a d|a e|a f. et a puncto b educo perpendicularem linee a c ad circūferentias semicirculorum a c|a d|a e|a f. et puncta ubi eos contingit linea sint g|h|i|k: ad que puncta educo a g|c g|a h|d h|a i|e i|a k|f k. at per nonā sexti geometrie a b ad b g ut b g ad b c. Facio igitur in chorda superiore a b lineam b g equalem inferiori linee b g et cum proportio a b ad g b ut g b ad c b ut preostensum est: sequitur tonum a b & c b esse in duo equa divisum: & punctum g esse medium veri semitonii signum. et per eandem que proportio a b ad b h ea sit b h ad b d. Esto igitur h b in chorda a b equalis linee b h per idem ut prius: ea erit proportio a b ad h b que h b ad d b. quare a b et d b diatessaron in duo equa partita est. et eodem pacto facta chorda i b superiori equali linee b i. et chorda k b equali linee b k: monstrabis con-

sonãtias diapente et diapason in duo equa esse partitas: et re vera hoc pacto vera schismata atque diaschismata et dieses tetrartemerias reperias assignatis cõmatis: dieseos: atque completi semitonij intervallis et sumptis ut in precedentibus factum est medijs proportionalibus chordis. sed hec statim aliquãtulum in geometricis exercitatis nota esse possunt. Hec autem posteaque repereris disce (si libet) per chordam in voce toni mediare et semitonium: et quãcunque voles in arte musica consonantiam.

℄ Tertij Elementorum Musices Finis.

Harmonica regula instrumentum est: quo cum (rationis adhibito iudicio) consonantie: consonantiarumque partes: in chorda perquiruntur. Melorum tria sunt genera: Diatonicum: Chromaticũ: Enarmonicum: Diatonicum genus: melos est cuius partitio per semitonium minus & duos tonos cõtinue procedit. Chromaticum: quod per duo inequalia semitonia & trihemitonium conscendit. Enarmonicum vero: quod per duas dieses conscendit & ditonum. Diesis hoc in loco semitonii minoris medietas est: ex differentie extremorum habitudinis eius: partitione proveniẽs: que & tetrartemeria dicta est. sed ut earũ semper maior que acutior et minor que gravior: reperiatur necesse est. Voces: nervi: chorde: spacia: hoc ordine a gravi in acumẽ nitentia in unoquoque melorum genere sunt nuncupata.

Grece nuncupationes	Nuncupationes latine.
Prostambanomenos	Acquisitus
Hypate hypaton	Principalis principalium
Parhypate hypaton	Subprincipalis principalium
Lichanos hypaton	Index principalium
Hypate meson	Principalis mediarum
Parhypate meson	Subprincipalis mediarum
Lichanos meson	Index mediarum
Mese	Media
Trite synezeugmenon	Tertia coniunctarum
Paranete synezeugmenon	Penultima coniunctarum
Nete synezeugmenon	Ultima coniunctarum
Paramese diezeugmenon	Submedia disiunctarum
Trite diezeugmenon	Tertia disiunctarum
Paranete diezeugmenon	Penultima disiunctarum
Nete diezeugmenon	Ultima disiunctarum
Trite hyperboleon	Tertia excellentium
Paranete hyperboleon	Penultima excellentium
Nete hyperboleon	Ultima excellentium.

Monochordum: est quod unica chorda continet modulationem. Tetrachordum: quod chordis quattuor. Polichordũ vero: quod pluribus chordis id continet quã quattuor. ut pentachordũ: quod quinque. hexachordum: quod sex. et ita de Heptachordo: Octochordo: Ennachordo: Decachordo: Endecachordo: Dodecachordo: Tridecachordo: Tessaradecachordo: & Pentadecachordo est intelligendum: quod ultimum omnino quindecim constat chordis. Prostambanomenos: est in unoquoque genere: primo tetrachordorũ gravissimus nervus adiũctus: a pximo primi tetrachordi nervo: toni intervallo distãs. Tetrachordũ coniunctum: est cuius principiũ est precedẽtis tetrachordi finis. Disiunctũ vero: cuius primordialis nervus in unoquoque melorum genere: a proximo precedentis tetrachordi finali nervo: uno tono disiungitur.

Tetrachorda sunt quinq;: Tetrachordum hypaton: Tetrachordum meson: Synezeugmenon: Diezeugmenon: Hyperboleon.

Tetrachordon hypoton est:	Tetrachordum synezeugmenon.
Hypate hypaton	Mese
Parhypate hypaton	Trite synezeugmenon
Lichanos hypaton	Paranete synezeugmenon
Hypate meson	Nete synezeugmenon
Tetrachordum meson est	Tetrachordon diezeugmenon.
Hypate meson	Paramese diezeugmenon
Parhypate meson	Trite diezeugmenon
Lichanos meson	Paranete diezeugmenon
Mese	Nete diezeugmenon

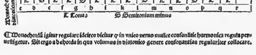
Tetrachordum hyperboleon
Nete diezeugmenon
Trite hyperboleon
Paranete hyperboleon
Nete hyperboleon

Modum hic vocamus remissionem aut intensionem omnium tetrachordorum gradatim in aliquo genere melorum: sui generis progressionem servans.

Modi sunt septem.	
Primus Hypodorius	1
Secundus Hypophrygius	2
Tertius Hypolydius	3
Quartus Dorius	4
Quintus Phrygius	5
Sextus Lydius	6
Septimus Mixolydius	7

Monochordi regularis partitionem: in diatonico genere demonstrare.

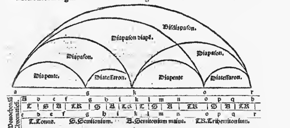
¶ Quāuis instrumenta musices q̄plurima reperiātur vt Cithare: Tibie: Tube: Litui: Multiforatiles: Fistule: Dextre: Leue: Simplices: Duplices: in quibus vno spiritu animandis vt inquit Apuleius. fertur Hiagnis Lydorum rex Marsieq; pater primus in canendo manus discapedinasse: preterea vt Pelte: Chordaciste. Sambuci Hydraule. Nabilie: Psalteria: Magades: Barbiti: Naula. Pentades: Cornua: Heptagona. Mele: Testudo: Barbatu: Plectra: Monochorda: Tetrachorda: Polychorda: et cetera id genus musica instrumenta. Placuit tamen philosophis in Monochordis: Tetrachordis: atq; Polychordis monstrandis: ceterorum nos intelligere rationem: atq; compositionem. quo circa vt de Monochordorum & Tetrachordorum compositione intelligemus: ita de reliquis est intelligendum. nunc ergo ad Monochordi regularis nos ostensionem conuertamus.



¶ Monochordū igitur regulare ideirco dicitur q̄ in vnico neruo musice consonātie harmonica regula peruestigetur. Sit ergo a b chorda in qua volumus in diatonico genere consonantias regulariter collocare.

Accipio e planissimam regulam: nullaq; ex parte subsultantem: equalem linee a b, et per primam et decimā octauam secundi huius ab c in d intendo tonum: et ab d in e semitonium minus. et ab e in f et f in g intendo duos tonos, et ab g in h semitonium minus. ab h in i et i in k duos tonos. Bursus ab k in l tonum. et ab l in m semitonium minus. ab m in n et n in o duos tonos. ab o in p semitonium. ab p in q et q in r duos tonos ita q; continue semitonio minori subiuncti sint duo toni: demptis e d qui ꝓ proslābanomeno primo semito-nio prepositus est tonus: et k i tono qui tetrachordi diezeugmeni hoc est disiuncti principium est. Bursum applico totam regulam harmonicam c r toti chorde a b. ita vt c sit cum a et r cum b. et in chorda a b vbi applicantur d e f g et reliqūe sectionum regule note: signo d e f g h i k l m n o p q. et dico monochor-dum a b esse in genere diatonico regulariter diuisum. Quoniam enim sua interualla interuallis regule c r respondent: et adinicē equalia a b et d b sonat tonum et d b et e b semitonium: et iterum e b et f b tonum cō-tinet. igitur a b et f b duos tonos et semitonium minus continens: per sextam tertij consonat diatessaron. Et quia f b et g b vt in regula continet tonum. et g b et h b semitonium minus. et h b et i b. et i b et k b duos tonos. ergo per decimam tertij f b et k b tres tonos semitoniumq; minus continens concinit diapente. Sed et mon-stratum est a b et f b modulari diatessaron: ergo per vicesimam tertij a b et k b quod ex consonantijs diatessa-ron et diapente consurgit coalitum: consonat diapason. Bursus k b et l b sonat tonum l b et m b semitonium minus m b et n b et o b duos tonos: quare k b et o b tres tonos et semitonium minus cōtinens: per decimam tertij consonat diapente. Sed a b et k b monstrata est diapason consonantia: ergo a b et o b consonat diapa-son ac diapente. Preterea quia o b et p b semitonium est et p b et q b et b duo toni: ergo o b et b cōcinit dia-tessaron. k b igitur et b ex diapente: diatessaronq; constans: per vicesimam tertij consonat diapason. At ve-ro a b et k b itidem monstratum est concinere diapason. ergo a b et b concinunt bis diapason. Et quia hec monochordi partitio per semitonium et duos tonos facta processit: et ee que modo monstrate sunt consonan-tie harmonice regule suffragio peruestigate: ergo monochordi regularis partitio in genere diatonico per diffinitionem monstrata est. quod est propositum.

11 Monochordi regularis constitutionem: in genere chromatico declarare.



In omni Monochordo: atq; Polychordo hec obseruatur proprietas vt octaua modo nota: modo chor-da prime: et decimaquinta octaue: in consonātia diapason recrepet. et vbiq; pro proslambanomeno preiungi-tur tonus: interseriturq; vbiq; inter mesen atq; paramesen pro concentu disiuncto tonus. hoc est in monochor-dis a prima nota in secundam et ab octaua in nonam collocatur tonus. Sit ergo a b vt prius chorda in qua volumus consonantias in genere chromatico regulariter reperire. capio c r regulā planissimā et illi assigna-te chorde equam. facioq; per primam secundi huius c d tonum: et per decimamoctauam eiusdem d e semito-nium minus: et iterū per primam d f toni interuallum. erit ergo e f semitonium maius: et d e et e f duo semito-nia: sed et ab f ad g metior tonum et semitonium minus: que equa erit trihemitonio: et g h et h i facio duo semi-tonia: minus scilz atq; maius et i k extēdo ad tonū et semitonium minus. Simili quoq; pacto k l fiat tonus: et l m n duo semitonia: et n o trihemitonium. et iterū o p q duo semitonia: q r vero trihemitonium. Et regulam hoc pacto diuisam applico et equo linee a b: et in linea a b signo cōsimiles et cōsimilibus distantijs notas: scilz a d e f g h i k l m n o p q b. quo peracto dico lineam a b esse regulariter in melodia chromatica di-uisam. Nā c d tonus et d f tonus et f g tonus et semitonium minus. quare a et g continent tres tonos et semitonium minus. ergo per decimā tertij a ad g cōsonat diapente, et quia g h i continēt tonum: et i k trihemitonium: igitur g ad k duos tonos et semitonium minus cōtinens per sextam tertij modulatur diatessaron, sed et a g probata est diapēte: ergo a k cōsonat ... g et g k diapēte et diatessaron per vicesimam tertij cōcinit diapason. Et peni-tus eadem ratione probaueris k o consonare diapente: et k b diapason. quare a o diapason ac diapente et a b recrepabit bis diapason: quam consonātiam nos transcendere Pythagoricorum vetat autoritas. qui tamē volet vlterius concēdere ex his que iam demonstrata sunt et que postea demonstranda suscipientur: facile

conscendet. Et cum iam monstrata partitio per semitonium et semitonium et trih emitonium processerit: nisi vbi integer adiectus est tonus vt tum diapason: tum concentus disiuncti seruetur proprietas. Patet ergo ex diffinitione factum esse quod in chromatico genere proponebatur faciendum atque propositum.

Idem: in enarmonico genere regulariter ostendere. 5

a	Monochordum Enarmonicum.													b
T	D	D	TT	D	D	TT	T	D	D	TT	D	D	TT	
c	d	e	f	g	h	i	k	l	m	n	o	p	q	r
		D. Diesis tetrartemeria.								TT. Ditonus.				

Sit vt prius chorda a b et e r regula eidem vt in ceteris equa: ab puncto c ad d extendo tonum: et ab d ad f semitonium minus: et spacium d f partior in equalia per notam e, eruntque d e f due dieses. et f g facio duos tonos: qui ditonum implent. g h i vt prius duas dieses. i k ditonum. k l tonum. l m n duas dieses. n o ditonum. o p q duas dieses. et q r ditonum. quam regulam hoc pacto partitam equaliter applico linee a b: et similes notas: equaliaque interualla in linea a b designo per medias inter a et b litteras d|e|f|g|h|i|k|l|m|n|o|p|q|b. et quia a d tonus: et d e f due dieses semitonium minus implentes: et f g ditonus: ergo a g tres toni et semitonium minus per decimam tertii sonant diapente. sed et g h i due dieses et i k ditonus duos tonos et semitonium minus continentes: per sextam tertii sunt diatessaron. igitur vt prius per vicesimam tertii a k continet diapason. et hoc pacto monstretur k o continere diapente et k b diapason: quare a o consonare diapason ac diapente: et a ad b consonare bis diapason. et quia hec modulationis progressio per duas dieses et ditonum procedit: constat per diffinitionem monochordum enarmonicum regulariter esse partitum: in eoque musicas situatas esse consonantias et propositum.

Tetrachordum hypaton: in diatonico melo diuidere. 4

Proslambanomenos	A	A					
Hypate hypaton	b	T	B				
Parhypate hypaton	c	S		C			
Lichanos hypaton	d	T			D		
Hypate meson	e	T				E	

Superiores: Monochorda docuerunt ordinare. Inferiores autem: Tetrachorda: Pentachorda: Hexachorda et alia queque Polychorda ad Penthadecachordum vsque: quibus cognitis cetera que amplius desiderarentur cognoscentur facillime. Constituo ergo b c d e tetrachordum hypaton: ita vt b sit hypate hypaton| c parhypate hypaton| d Lichanos hypaton| e Hypate meson: cui prefingo ad grauitatis partem a Proslambanomenon chordam quidem que in tetrachordis non computatur: sed primo adiecta tetrachordo creat penthachordum. facio ergo interuallum chorde a sesquioctauum ad chordam b| et sesquitertium ad chordam d| et sesqualterum ad e. Item facio c ad d sesquioctauum. dico ergo tetrachordum hypaton in genere diatonico (vt dictum est) esse diuisum. Nam per diffinitionem a ad b proslambanomenos ad hypaten hypaton: erit tonus. et quia a ad d sesquitertium est: siidem per diffinitionem proslambanomenos ad lichanon hypaton concinit diatessaron. sed et cum a ad e proslambanomenos ad hypaten meson sit sesqualterum per idem a ad e consonat diapente. per decimamtertiam igitur tertii d ab e lichanos hypaton ab hypate meson tono distingitur. Rursum quia c ad d sesquioctauum est: ergo c ad d sonat tonum. at vero quia a ad d diatessaron est: et a b tonus est| et c d tonus: igitur per sextam tertii b ad c relinquitur semitonium minus. Est itaque hypate hypaton ad parhypaten hypaton semitonium minus. et parhypate hypaton ad lichanon hypaton tonus: lichanos hypaton ad hypaten meson tonus. Constitutum est ergo b|c|d|e tetrachordum hypaton: per semitonium minus et duos subiunctos tonos procedens: per diffinitionem in genere diatonico pariter et pentachordum a|b|c|d|e. Sed incidit dubitatio forsan: cur nostra tempestate musici duos tonos ad tetrachordorum partem seriam| grauemque prelocant: nos autem solum tonum qui est proslambanomeni atque hypates hypaton: responsio peruia| in promptuque est musicos nostra tempestate proslambanomeno alteram chordam distantem prefixisse et id primum memorant Gregorium sectitasse.

In eodem diatonico melo: tetrachordum meson subiungere. & in octochordo: a proslambanomeno in mesen: diapason contineri. 5

Proslambanomenos	A	A								
Hypate Hypaton	b	T	B							
Parhypate Hypaton	c	S		C						
Lichanos Hypaton	d	T			D					
Hypate Meson	e	T				E				
Parhypate Meson	f	S					F			
Lichanos Meson	g	T						G		
Mese	h	T							H	

Sit e|f|g|h tetrachordum meson. facio e sesquitertium ad h| et g sesquioctauum ad h| et f sesquioctauum ad g: erit ergo per diffinitionem e ad h hypate meson ad mesen diatessaron. et quia g ad h tonus et similiter

f ad g tonus. nam vtrunq; ex sesquioctaua proportione nascitur. ergo per sextam tertii e ad f erit semitonium minus. est itaq; e|f|g|h tetrachordum meson per semitonium minus & duos tonos procedens in genere diatonico diuisum. et quia a e proslambanomenos & hypate meson in precedenti monstrata sunt consonare diapente: et in presenti e h hypate meson & mese diatessaron. ergo per vicesimam tertii: proslambanomenos ad mesen consonat diapason. continet igitur octochordum a|b|c|d|e|f|g| h consonantiam diapason. quod est totum propositum.

6 Preposito octochordo: in eodem genere tetrachordum disiunctarum submittere. & dodecachordum diapason ac diapente continere.

Proslambanomenos	A	A
Hypate hypaton	b	b
Parhypate hypaton	c	c
Lichanos hypaton	d	d
Hypate meson	e	e
Parhypate meson	f	f
Lichanos meson	g	g
Mese	h	h
Paramese diezeugmenon	k	Trite coniunctarum k
Trite diezeugmenon	l	Paranete coniunctarũ l
Paranete diezeugmenon	m	Nete coniunctarum m
Nete diezeugmenon	n	n

Sit k l m n tetrachordum diezeugmenon quod et disiunctarum dicitur facio h ad k mesen ad paramesen disiunctarũ sesquioctauã. et ad m paraneten disiunctarum sesquitertiam. ad n vero netẽ disiunctarũ sesquialteram. deinde l ad m triten ad paranetẽ facio sesquioctauam: sic ergo mese ad paranetẽ disiunctarum concinit diatessaron et ad neten diapente. Est ergo per decimamtertiam tertii m ad n paranetes ad neten toni internallum. et l ad m trites diezeugmenon ad paranetẽ similiter tonus est sed & cum mese ad paranetẽ consonet diatessaron et l ad m sit tonus & similiter h ad k tonus: ergo per sextam tertii k ad l erit semitonium minus. erit itaq; paramese ad triten diezeugmenon semitonium minus: trite ad paraneten tonus: et paranete ad neten diezeugmenon consimiliter tonus. quare tetrachordum disiunctarum superiori octochordo in diatonico genere subiunctum est. Et cum precedens monstrauerit a h esse diapason et presens h n esse diapente: igitur a n proslambanomenos & nete diezeugmenon in dodecachordo a b c n continent diapason ac diapẽte. Nos si in molliori canendi modo: tetrachordum a chorda mese coniunctum partiri: cõstituereq; volumus: sit id tetrachordum h k l m: que sunt mese trite synzeugmenon paranete synzeugmenon nete synzeugmenon: facioq; mesen ad neten synzeugmenon sesquitertiam. quare & concinentem diatessaron & l ad m paranetẽ synezeugmenon ad neten tono distantem pariter et k ad l tono. erit ergo per sextam tertii h ad k meses ad triten synzeugmenon semitonii minoris internallum et k l & l m duo toni & tetrachordum synzeugmenon: hoc est disiunctarum in genere diatonico diuisum.

7 Tetrachordum hyperboleon in eodem diatonico genere predictis copulare: et in pentadecachordo: bis diapason consonantiam compleri.

A re	Proslambanomenos	A		A
b mi	Hypate hyppaton	b		b
c faut	Parhypate hypaton	c		c
d solre	Lichanos hypaton	d		d
e lami	Hypate meson	e		e
F faut	Parhypate meson	f		f
G solreut	Lichanos meson	g		g
a lamire	Mese	h		h
b mi	Paramese diezeugmenon	k	b fa Trite syn.	k
C solfaut	Trite diezeugmenon	l	c solfaut Paranete syn.	l
d lasolre	Paranete diezeugmenon	m	d lasolre Nete syn.	m
e lami	Nete	n		n
f faut	Trite hyperboleon	o		o
G solreut	Paranete hyperboleon	p		p
a lamire	Nete hyperboleon	q		q

	Tetrachordū hypaton							Tetrachordū diezeugmenō						
	To.	Semi.	To.	To.	Semi.	To.	To.	To.	Semi.	To.	To.	Semi.	To.	To.
A	b	c	d	e	f	g	h	k	l	m	n	o	p	q
				Tetrachordū meson							Tetrachordum hyperboleon			

Sit n o p q tetrachordum hyperboleon facio vt in prioribus netem diezeugmenon ad q netē hyperboleon sesquitertiam: et idcirco ad eam continentem diatessaron. et p ad q facio toni internallum. et o ad p itidē toni internallum. per sextam tertii n ad o erit semitonium minus. Est ergo tetrachordum hyperboleon n o p q ex semitonio minore duobus subiunctis tonis in genere diatonico dimensum. sed et per precedētem h mese ad n neten diezeugmenon consonat diapente: ergo h ad q mese ad neten hyperboleon ex consonantia diapente et diatessaron constans: consonat diapason. ergo a ad q proslambanomenos ad netē hyperboleon consonabit bis diapason. et cum totum polychordum a q omnino quindecim perficiatur chordis: in pentadecachordo et in genere diatonico constitutum est bis diapason. quod est totum propositum.

Pentadecachordi in diatonica melodia constituti: numeros reperire. 8

Proslambanomenos	A	9	216	1728	13824	
Hypate hypaton	b	8	192	1536	12288	Tonus
Parhypate hypaton	c			1458	11664	Semi. minus
Lichanos Hypaton	d		162	1296	10368	Tonus
Hypate Meson	e		144	1152	9216	Tonus
Parhypate Meson	f				8748	Semi. minus
Lichanos Meson	g			972	7776	Tonus
Mese	h		108	864	6912	Tonus
Paramese diezeugmenon	k			768	6144	Tonus
Trite diezeugmenon	l			729	5832	Semi. minus
Paranete diezeugmenon	m		81	648	5184	Tonus
Nete diezeugmenon	n		72	576	4608	Tonus
Trite hyperboleon	o				4374	Semi. minus
Paranete hyperboleon	p			486	3888	Tonus
Nete hyperboleon	q		54	432	3456	Tonus
		p̄m⁹	scdus	tertius	quart⁹ loc⁹	

Numeri qui in musica disciplina precipue desiderantur: sunt duplares: triplares: quadruplares: hemiolii: epitriti: epogdoi: hoc est dupli: tripli: quadrupli: sesqualteri: sesquitertii: et sesquioctaui. quo circa si desideras cognoscere ad quem numerum numerus maior est duplus, ipsum partire per duo. Ad quē triplus partire per tria. Ad quem quadruplus partire per quattuor. Ad quem sesqualter partire per tria et tertiam auge per duo. Ad quem sesquitertius partire per quattuor et quartam auge per tria. Ad quem sesquioctauus partire per nouem et nonam auge per octo. Et numeri: per octauam secundi Arithmetices vbique surgent periti: si maior duplus: triplus: quadruplus: sesqualter: sesquitertius: aut sesquioctauus est. Et si rursum cognoscere desideras quem numerus minor duplum habet: ipsum auge per duo. Quem triplum: auge per tria. Quem quadruplum: auge per quattuor. Quem sesqualterum: partire per duo et illi medietatem adde. Quem sesquitertium: partire per tria: et tertiam adde. Quem sesquioctauum: partire per octo: et octauam adde: Et statim per eandem octauam et diffinitiones cognosces petitum. Sed nunc ad monstrandum propositum nos conuertamus. Sit pentadecachordum in diatonico genere modo repertum: cuius numeri queruntur: a b c d e f g h i k l m n o p q. duco in seinuicem duo et tria: quattuor: et minimos toni: hoc est vigintiquattuor in 9 et 8 minimos terminos toni et veniant in secundo loco a b que per septimam secundi Arithmetices sunt in proportione sesquioctaua: et cōtinentia tonum. capio sesquitertium numeri a: sitque d: et sesqualterum qui sit e et subduplum qui sit h. Rursum sumo sesquitertium numeri h qui sit m et sesqualterum qui sit n et eius subduplum qui sit q. quia a ad d est diatessaron et a ad e diapente: ergo per decimamtertiam tertii d ad e tonus est et eadem quoque ratione ad n tonus. Et si d octauam partem haberet ea eidem adiecta facerem e sesquioctauum ad d: et e d continentia tonum. modo autem quia d comperitur octaua parte carere: augeo a b d e h m n q per octo: surgantque tertio loco a b d e h m n q: qui numeri per eandē septimā adinuicē eandē seruabūt proportionē: quā et numeri secūdo loco positi. quia ergo d tertio loco positus habet octauam: ea igitur adiecta ad d fiat c: eritque e ad d sesquioctauus atque cum eo tonum continens. Itidem adiecta octaua parte h ad h fiat g. et octaua parte m

ad m fiat l. ⁊ octaua q. ad q fiat p. eruntqꝫ idētidem g ad h l ad m ⁊ p ad q sesquioctaui ⁊ numeri tonorum. et h comperitur habere nonam partem: ⁊ illam augeo per octo et veniat k: eritqꝫ h ad k per octauam secundi Arithmetice sesquioctauus. Et si g octauam partem haberet facerem f sesquioctauum ad g. At vero quoniam ea caret: augeo omnes numeros tertio loco repertos per octo et exurgant in quarto loco a b c d e g h k l m n p q: qui per eandem septimam erunt in eisdem habitudinibus vt et numeri tertij loci. adiecta igitur octaua eius parte ad g facio f. ⁊ octaua parte ad p facio o. dico ergo numeros quarto loco constitutos esse numeros pentadecachordi. Nam a ad d est diatessaron. et a ad b tonus: ⁊ c ad d tonus. ergo per sextam tertij b ad c semitonium minus. ⁊ quia a h est diapason et a e diapente: ergo per vicesimam tertij e h est diatessarō et g h ⁊ f g monstrati sunt sesquioctaui atqꝫ toni. ergo per sextam tertij e f est semitonium minus. et eodem pacto ostendas k l et n o esse semitonia minora: ⁊ ceteri adinuicem sunt cogniti toni. igitur pentadecachordi diatonici numeri sunt reperti. Est enim numerus proslambanomeni ad numerum hypates hypaton tonus: ⁊ hypates hypaton ad parhypaten hypaton semitonium minus. parhypates hypaton ad lichanon hypaton: et lichani ad hypaten meson duo toni. hypates meson ad parhypatem meson semitonium minus. parhypates meson ad lichanon meson ⁊ et lichani ad mesen: ⁊ meses ad paramesen disiunctarum: tres toni. parameses ad triten semitonium minus. trites ad paranetē: ⁊ paranetes ad neten: duo toni: Netes ad triten hyperboleon semitonium minus. trites ad paraneten et paranetes ad neten duo toni. Est igitur notum propositum.

9 Tres diatonice diatessaron consonantie species a proslambanomeno ad parhypaten meson concinunt. & quattuor diapente species a proslambanomeno ad triten diezeugmenon. septem vero diapason species inter proslambanomenon & paraneten hyperboleon.

		Species diatessarō				Species diapente					Species diapason						
Proslamba.	A	pͥma	scda	tertia		pͥma	scda	tertia	qͥta		pͥma	scda	tertia	qrta	qnta	sexta	septia
Hypate hyp.	b	To.	o	o		To.	o	o	o		To.	o	o	o	o	o	o
Parhyp. hyp.	c	Se.	Se.	o		Se.	o	o	o		Se.	Se.	o	o	o	o	o
Licha. hypa.	d	To.	tonꝰ	tonꝰ		To.	tonꝰ	o	o		To.	tonꝰ	tonꝰ	o	o	o	o
Hypate meson	e		tonꝰ	tonꝰ		To.	tonꝰ	o	o		To.	tonꝰ	tonꝰ	tonꝰ	o	o	o
Parhyp. me.	f			Se.			Se.	Se.	o		Se.	Se.	Se.	Se.	Se.	o	o
Licha. meson	g						tonꝰ	tonꝰ	tonꝰ		To.	tonꝰ	tonꝰ	tonꝰ	tonꝰ	tonꝰ	o
Mese	h							tonꝰ	tonꝰ		To.	tonꝰ	tonꝰ	tonꝰ	tonꝰ	tonꝰ	tonus
Para. diezeu.	k							tonꝰ	tonꝰ			tonꝰ	tonꝰ	tonꝰ	tonꝰ	tonꝰ	tonus
Trite diezeu.	l								Se.				Se.	Se.	Se.	Se.	Se.
Para. diezeu.	m													tonꝰ	tonꝰ	tonꝰ	tonus
Nete diezen.	n														tonꝰ	tonꝰ	tonus
Trite hyper.	o															Se.	Se.
Para. hyper.	p																tonus
Nete hyper.	q																

¶ Prima species diatessaron tono semitonio minore atqꝫ tono constat. Secunda semitonio et duobus tonis. Tertia duobus tonis et sequente semitonio. ¶ Prima species diapente est que constat ex tono semitonio minore ⁊ duobus tonis. Secunda duobus tonis: semitonio: atqꝫ tono. Tertia semitonio et tribus tonis. Quarta tribus tonis et semitonio. ¶ Prima species diapason est que constat ex tono| semitonio minore| duobus tonis| semitonio minore| atqꝫ duobus tonis. Secūda semitonio duobus tonis| semitonio et tribus tonis. Tertia duobus tonis| semitonio| tribus tonis| atqꝫ semitonio. Quarta tono| semitonio| tribus tonis| semitonio| atqꝫ tono. Quinta semitonio| tribus tonis| semitonio| duobus tonis. Sexta tribus tonis| semitonio| duobus tonis semitonio. Septima duobus tonis| semitonio| duobꝰ tonis| semitonio| atqꝫ tono. ¶ Erit itaqꝫ per diffinitionem prima diatessaron species a proslambanomeno in lichanon hypaton. Nam proslambanomenos ad hypaten hypaton tonus est: et hypate hypaton ad parhypaten hypaton semitonium minus est: parhypate vero hypaton ad lichanon hypaton tonus. ⁊ iisdem per diffinitionem secunda diatessaron species ab hypate hypaton in hypaten meson reperietur. ⁊ tertia a parhypate hypaton in parhypaten meson. ¶ Species vero diapente hoc pacto per diffinitiones sumentur. Prima a proslambanomeno in hypaten meson. Secunda a parhypate hypaten in lichanon meson. Tertia ab hypate meson in paramesen diezeugmenon. Et quarta a parhypate meson in triten diezeugmenon. ¶ Et septem species diapason consimiliter per diffinitiones querentur. Prima a proslambanomeno in mesen. Secunda a parhypate hypaton in paramesen diezeugmenon. Tertia a parhypate hypaton in triten diezeugmenon. Quarta a lichano hypaton in paraneten diezeugmenon. Quinta ab hypate meson in neten diezeugmenon. Sexta a parhypate meson in triten hyperboleon. Septima vero a lichano meson in paraneten hyperboleon. sed hec cognitu facilia sunt: inspecta diligenter superiore figura.

Chromaticum principalium tetrachordum: constituere. 10

Proslambanomenos	A		A
Hypate hypaton	b	Tonus	b
Parhypate hypaton	c	Semi.minus	c
Lichanos hypaton	d	Apotome	d
Hypate meson	e	Trisemitonium	e

Chromata apud Lacedemonios induxit olim Timotheus milesius molliorem cantum superiore diatonico: in quo canendi modo hic tetrachordum hypaton querimus. Sit ergo b c d e tetrachordum ad hypatas in chromatico melo constituendas assignatum. prepono chordam a: que sit proslambanomenos: quam facio sesquioctavam ad b hypaten hypaton primam tetrachordi cōstituendi chordam: deinde facio a sesquialteram ad e hypaten meson: eritque ut in omnibus a ad b tonus et a ad e diapente. deinde facio b ad c semitonium minus et b ad d tonum. erit ergo c ad d apotome. et quia per decimam tertii dempto a b tono ab a e cōsonantia diapente: relinquitur diatessaron. ergo b e modulabitur diatessaron. Sed cum per sextam diatessaron ex duobus tonis et semitonio minore constet et b c et c d simul sint tonus: ergo d e continet tonum et semitonium minus. est igitur d e trisemitonium. Cum ergo b c hypate hypaton et parhypate hypaton sit semitonium minus. et c d parhypate hypaton et lichanos hypaton sit semitonium maius et d e lichanos hypaton et hypate meson trisemitonium ut monstratum est. constat ergo per diffinitionem tetrachordum b c d e in genere chromatico esse constitutum. idem enim trisemitonium et trihemitonium dicimus.

Chromaticum tetrachordum meson: subinngere. 11

Proslambanomenos	A		A
Hypate hypaton	b	Tonus	b
Parhypate hypaton	c	Semi.minus	c
Lichanos hypaton	d	Apotome	d
Hypate Meson	e	Trisemitonium	e
Parhypate Meson	f	Semi.minus	f
Lichanos Meson	g	Apotome	g
Mese	h	Trisemitonium	h

Sint pro tetrachordo meson in genere chromatico constituendo e f g h: facio a ad h duplam et concinentem diapason. et e ad f semitonium minus et idem e ad g facio tonum. erit ergo f ad g apotome. sed cum a ad e monstrata sit consonantia diapente. ea igitur subtracta ab a h consonantia diapason: per vicesimam sexti eandem tertii relinquitur diatessaron. Est ergo e ad h hypate meson ad mesen diatessaron. et cum diatessaron duos tonos et semitonium minus impleat: et e g sit tonus ergo g h continet tonum et semitonium minus. erit ergo g h trisemitonium: erit igitur e f g h ex duobus semitoniis e f et f g: et trisemitonio g h constitutum in genere chromatico tetrachordum. quod erat monstradum.

Reliqua duo tetrachorda: in eodem genere predictis adiicere. & in pētadecachordo consonantiam bis diapason collocare. 12

Proslambanomenos	A			A
Hypate hyppaton	b	Tonus		b
Parhypate hypaton	c	Semi.minus		c
Lichanos hypaton	d	Apotome		d
Hypate meson	e	Trisemitonium		e
Parhypate meson	f	Semi.minus		f
Lichanos meson	g	Apotome		g
Mese	h	Trisemitonium		h
Paramese diezeugmenon	k	Tonus	Trite syn. Semi.minus	k
Trite diezeugmenon	l	Semi.mi.	Paranete syn. Apotome	l
Paranete diezeugmenon	m	Apotome	Nete syn. Trisemitonium	m
Nete diezeugmenon	n	Trisemitonium		n
Trite hyperboleon	o	Semi.minus		o
Paranete hyperboleon	p	Apotome		p
Nete hyperboleon	q	Trisemitonium		q

¶ Sint pro reliquis tetrachordis complendis k l m n o p q: quia tetrachordum meson disiunctum est a tetrachordo netarum diezeugmenon: idcirco facio meses ad paramesen diezeugmenon distantiam esse toni: et mesen ad neten diezeugmenon facio consonare diapente. ꝛ ad neten hyperboleon diapason. et tetrachordum k l m n partior vt tetrachordon hypaton. tetrachordum vero n o p q partior vt in precedenti tetrachordum meson eritq; vtrunq; id genere chromatico diuisum. ꝛ quia a ad h cognita est esse diapason: ꝛ h ad q itidem diapason. ergo a ad q consonabit bis diapason. Cum cum quindecim vocibus atq; chordis contentum sit: constat effectum esse id quod erat propositum. Sed si k l m facis tetrachordum synzeugmenon ipsum partiatis vt tetrachordum chromaticum meson: et facile factum intuebere propositum.

15 Chromatici pentadecachordi numeros assignare.

Proslambanomenos	A		2592	5971968	
Hypate hypaton	b	256	2304	5308416	Tonus
Parhypate hypaton	c	243	2187	5038848	Semi.minus
Lichanos hypaton	d		2048	4718592	Semi.maius
Hypate meson	e		1728	3981312	Trisemitonium
Parhypate Meson	f			3779136	Semi.minus
Lichanos Meson	g			3538944	Semi.maius
Mese	h		1296	2985984	Trisemitonium
Paramese diezeugmenon	k		1152	2654208	Tonus
Trite diezeugmenon	l			2519424	Semi.minus
Paranete diezeugmenon	m			2359296	Semi.maius
Nete diezeugmenon	n		964	2221056	Trisemitonium
Trite hyperboleon	o			2108268	Semi.minus
Paranete hyperboleon	p			1974272	Semi.maius
Nete hyperboleon	q		648	1492992	Trisemitonium

¶ Sint b et c minimi numeri semitonij minoris per decimamoctauam secūdi huius reperti. quia b nona parte caret: augeo b et c per nouem et veniant b et c in secundo loco. quoniam igitur in secundo loco b nonam partem habet: eam augeo per octo et fiat d. nunc b ad d per septimam secundi Arithmetices erit sesquioctauus. quare b d continentia tonum. et b ꝛ c per eandem est semitonium minus. ergo c d est apotome. Rursum quia b habet octauam adijcio eidem suam octauā ꝛ fiat a: eritq; a ad b sesquioctauus atq; tonus ꝛ quoniam a habet tertiam facio a ad e sesqualterum. ꝛ quia habet secundam facio itidem a duplum ad h. Reperio item h habere nonam tertiam et secundam. facio igitur h sesquioctauum ad k: sesqualterum ad n ꝛ duplum ad q. quo facto duco b secundi loci in a b c d e h k n q et veniant in tertio loco a b c d e h k n q. Deinde duco c d secundi loci in c secundi et veniant f g ꝛ in k et veniant l m et in n ꝛ veniant o p in tertio loco. eritq; per septimam et octauam secundi Arithmetices numeri pentadecachordi chromatici in tertio loco assignati. Nam a b erit tonus et b c semitonium minus et c d apotome. et quia a ad e est sesqualtera a et e sunt numeri diapente. ꝛ a b numeri toni. dempto igitur a b tono relinquitur b e diatessaron. ꝛ b c ꝛ c d simul sunt tonus igitur per sextam tertiū d e sunt trisemitonium. Et a h est diapason ꝛ a e diapente. igitur e h est diatessaron. ꝛ per octauam secundi Arithmetices e f et f g sunt semitonium minus ꝛ apotome. igitur g h est trisemitonium et consimiliter monstrabis h k esse toni k l ꝛ l m duo semitonia et m n trisemitonium n o p duo semitonia ꝛ p q trisemitonium. clarum igitur euadit propositum.

14 Modorum diatonici et chromatis parhypate parhypatis: paramese paramesis: atq; trite tritis correspondent.

¶ Nam in vtrisq; generibus hypate ad parhypatas semitonij minoris obseruant interuallum. et mese ad paramesas tonum. ꝛ trite ad tritas minus semitonium. est igitur notum illas voculas in vtroq; canendi modo sibijnuicem respondere. ꝛ non modo id verum sit: sed et hypate hypatis ꝛ mese mesis ꝛ nete netis correspondent. Nam vtrobiq; proslambamenon ad hypatas hypaton concinunt tonum. ꝛ ad hypatas meson diapente. ad mesas diapason. ad netas disiunctarum diapason ac diapente. ꝛ ad netas hyperboleon bis diapason. Est ergo quod proponebatur et amplius: facile cognitum.

Pentadecachordum enarmonicum constituere. 15

Proslambanomenos	A			A
Hypate hypaton	b	Tonus		b
Parhypate hypaton	c	Diesis		c
Lichanos hypaton	d	Diesis		d
Hypate Meson	e	Ditonus		e
Parhypate meson	f	Diesis		f
Lichanos meson	g	Diesis		g
Mese	h	Ditonus		h
Paramese diezeugmenon	k	Tonus	Trite syn. diesis	k
Trite diezeugmenon	l	Diesis	Paranete syn. diesis	l
Paranete diezeugmenon	m	Diesis	Nete syn. ditonus	m
Nete diezeugmenon	n	Ditonus		n
Trite hyperboleon	o	Diesis		o
Paranete hyperboleon	p	Diesis		p
Nete hyperboleon	q	Ditonus		q

Huius compositio perfacilis est. facio enim vt in ceteris precedentibus a ad b internallum toni. et a ad e diapente. et b ad d facio semitonium minus. et diuido chordam c in medio differentie b ad d erit ergo b ad c diesis tetrartemeria atque quadrupartialis pariter et c ad d diesis. sed per quartam secundi huius hec latior illa vero contractior neque per tricesimamsecundam eiusdem semitonium minus in duo equa certo: constitutoque numero diuidi potest. et a ad e diapente. subtracto igitur a b tono relinquitur b ad e esse diatessaron. et cum diatessaron semitonium minus et duos tonos complectatur: et b ad d sit semitonium minus: relinquitur igitur d ad e esse ditonus. erit igitur b c d e hypates hypaton. parhypates hypaton lichanique hypatõ et hypates meson tetrachordum: per b c: c d et d e diesim et diesim et ditonũ procedens per diffinitionẽ in enarmonico genere diuisum. Similiter constituas e f g h tetrachordum meson faciendo a ad h diapason. et e ad g semitonium minus. et partiendo mediam differentiam per f ita vt e f et f g sint due dieses. Nam ab a h consonantia diapason subducta a e consonantia diapente: relinquitur e h esse diatessaron. et cum e g sit semitoniũ minus: igitur g h erit ditonus. et cum e f et f g sint due dieses et g h ditonus. ergo hec tetrachordi partitio in genere enarmonico facta conspicitur. Et facta h mese ad neten disiunctarum diapente: et ad neten hyperboleon diapason: et chordã mese et paramese tetrachordi disiunctarum tono diseclusã: perinde ac proslambanomeno ab hypate hypaton: partieris tetrachordum disiunctarum k l m n vt b c d e tetrachordum hypaton. et tetrachordum n o p q hyperboleon excellentiumque: vt e f g h tetrachordum meson. tetrachordum autem coniunctarum h k l m partieris vt tetrachordum meson et id quoque facile est.

Pentadecachordi enarmonici numeros colligere. 16

Proslambanomenos	A	13824		13824	
Hypate hyppaton	b	12288	Tonus	12288	Tonus
Parhypate hypaton	c	11664	Semi. minus	11976	Diesis
Lichanos hypaton	d	10368	Tonus	11664	Diesis
Hypate meson	e	9216	Tonus	9216	Ditonus
Parhypate meson	f	8748	Semi. minus	8982	Diesis
Lichanos meson	g	7776	Tonus	8748	Diesis
Mese	h	6912	Tonus	6912	Ditonus
Paramese diezeugmenon	k	6144	Tonus	6144	Tonus
Trite diezeugmenon	l	5832	Semi. minus	5988	Diesis
Paranete diezeugmenon	m	5184	Tonus	5832	Diesis
Nete diezeugmenon	n	4608	Tonus	4608	Ditonus
Trite hyperboleon	o	4374	Semi. minus	4491	Diesis
Paranete hyperboleon	p	3888	Tonus	4374	Diesis
Nete hyperboleon	q	3456	Tonus	3456	Ditonus

¶ Sint numeri a b c d e f g h k l m n o p q in primo loco constituti numeri pentadecachordi diatonici per octauam huius reperti. pono iterum a b e h k n q in secundo loco et in respondentibus locis rursum c in secundo loco transmuto ad d et f ad g et l ad m et o ad p. quibus ita in secundo loco dispositis: ex ipsis quidem in secundo loco capio differentiam b d et eius medietatem adiicio ad d et fiat c. Similiter differentiam e g et medietatem addo ad g et fiat f. et differentiam k m et medietate differentie adiecta ad m fiat l. et differentiam n p et medietate adiecta ad p fiat o. dico a b c d e f g h k l m n o p q numeros secundo loco positos esse numeros pentadecachordi enarmonici. Nam a b erit tonus. b c et c d due dieses constituentes semitonium minus b d. quod enim est b e in diatonico factum est b d in enarmonico et d e est ditonus. Nam quod est in diatonico e e est hic in enarmonico d e. at diatonice modulationis e e ditonus est. Nam continens c d tonum et d e tonum. et hoc pacto reperientur e f g due dieses et g h ditonus. h k tonus: k l m due dieses et m n ditonus. n o p due dieses: p q ditonus. Sunt itaque collecti numeri pentadecachordi enarmonici quemadmodum propositum fuerat. quod est propositum.

17 Moddi diatonici parhypate hypaton: in enarmonica modulatione transit in lichanon: & parhypate meson in lichanon meson atque trite in paranetas.

¶ Id prospici statim promptum est. Nam in diatonico pentadecachordo a proslambanomeno ad hypaten hypaton incidit tonus. et ab hypate ad parhypaten hypaton semitonium minus. in enarmonico vero a proslambanomeno ad hypaten hypaton similiter incidit tonus. et ab hypate ad lichanon hypaton semitonium minus. diatonica igitur parhypate: in enarmonica modulatione permutatur: transitque in lichanon. et hoc pacto de reliquis ostenditur. quod et facile sensu deprehendetur: si in vtroque modulandi genere et diatonico et enarmonico proslambanomeni ponatur equisoni. tunc enim manifestum erit huius lichanos: illius parhypatis esse equisonos: vnisonosque: pariter et huius paranetas: illius tritis esse equisonas.

18 Consentiunt in tribus modulationum generibus: proslambanomeni: hypate principales: hypate medie: mese: paramese: nete: cum disiuncte: tum coniuncte atque excellentibus netis excellentes.

¶ Nam in tribus generibus per quartam: quintam: sextam: septimam: decimam: vndecimam: duodecimam: et quintamdecimam huius proslambanomeni ad hypatas hypaton sonant tonum. et iidem ad hypatas meson sonant diapente. ad mesas diapason. ad netas disiunctas sonant diapason ac diapente. ad netas autem coniunctas dempto tono sonarent diapason ac diatessaron. et ad netas excellentes: consonant vbilibet proslambanomeni bis diapason. consentiunt igitur in tribus generibus que aducte sunt vocale. quod est propositum.

19 Que chorde mobiles queue immobiles in pentadecachordis existant: inuestigare.

Proslambanomeni	A	Stabiles	
Hypate hypaton	b	Stabiles	
Parhypate hypaton	c	Instabiles	
Lichanos hypaton	d	Instabiles	
Hypate meson	e	Stabiles	
Parhypate Meson	f	Instabiles	
Lichanos Meson	g	Instabiles	
Mese	h	Stabiles	
Paramese diezeugmenon	k	Stabiles	Trite synzeugmenon. Instabiles
Trite diezeugmenon	l	Instabiles	Paranete synzeugmenon. Instabiles
Paranete diezeugmenon	m	Instabiles	Nete synzeugmenon. Stabiles
Nete diezeugmenon	n	Stabiles	
Trite hyperboleon	o	Instabiles	
Paranete hyperboleon	p	Instabiles	
Nete hyperboleon	q	Stabiles	

¶ Chordas stabiles immobilesque vocamus: que in omni pentadecachordorum diuisione: eadem seruant interualla: eandemque ad proslambanomenon habitudinem. Instabiles vero atque mobiles: que id non seruant. sic ergo stabiles ac instabiles reperiemus. cum enim per precedentem in tribus generibus consentiant proslambanomeni: principales hypate. medie hypate: mese: paramese: nete tum synzeugmene tum diezeugmene ac hyperboles: et eadem vt ex demonstratis iam patet seruent interualla. erunt ergo proslambanomenos hypate hypaton: hypate meson: mese: paramese nete synzeugmenon: nete diezeugmenon: et nete hyperboleon: simpliciter immobiles atque firme. Sed cum decimaseptima huius monstrauerit parhypatas diatonice modulationis: in enarmonico melo transire permutarique in lichanas: et tritas in paranetas:

constat ergo reliquas a predictis esse mobiles: vt parhypaten hypaton | lichanon hypaton | parhypaten meson | lichanon meson | triten synzeugmenon | paraneten synzeugmenon | triten diezeugmenon | paranetē diezeugmenon | triten hyperboleon | paranetē hyperboleon. Id tamen animaduerti dignum est ꝙ cum per decimamquartam huius parhypate | et trite in diatonicis et chromaticis respondeant | similesq; possideant interualla: eas non vsq; adeo (vt cetere sunt) esse instabiles. Et proinde partim mobiles | partimq; immobiles bono iure dici posse videntur.

In tetrachordis diatonicis ab hypate hypaton primo limite consonantiarum : ad quartum vsq; limitem ter diatessaron cōtinetur sed semel dumtaxat in stabilibus: immobilibusq;. Et ad quintum limitem idētidem ter diapente: semel in mobilibus: semel partim variabilis: et semel penitus inuariabilis atq; firma. Ad octauum vero septies consonabit diapason: ter in immobilibus: & quater in mobilibus. 20

Hypate hypa.	et consequentes suis locis.												
	Semi.	Ton⁹	Ton⁹	Semi.	Ton⁹	Ton⁹	Ton⁹	Semi.	Ton⁹	Ton⁹	Semi.	Ton⁹	Ton⁹
Stabiles	b		e			h	i			m			p
Instabiles		c	d		f	g			k	l		n	o

❡ Cum dicitur a primo limite ad quartum vsq; limitem: quintum: ac octauum: primus limes non excluditur sed quartum: quintum: ac octauum excludi intelligimus. Sint ergo b c d e f vsq; ad p quattuor tetrachorda et b hypate hypaton: cetere vero consequentes. Dico primo ab b vsq; e ter contineri diatessaron: sed semel solum in immobilibus. Nam per quartam huius b ad c continet semitonium minus et c ad d tonum et d ad e tonum. ergo b ad e consonat diatessaron: eritq; b ad e prima diatessaron consonantia reperta. Et cum ostensum sit c ad d et d ad e esse duos tonos et per quintam huius e ad f sit semitonium minus: ergo c ad f cōsonat diatessaron. eritq; c ad f secunda diatessaron. Item monstratus est d ad e esse tonus et e ad f semitonium minus: et per quintam huius f ad g est tonus. ergo d ad g est diatessaron: eritq; d ad g tertia diatessaron. Sed cum prima harum trium que est b ad e sit ab hypate hypaton ad hypaten meson: quas monstrauit precedens stabiles immobilesq;: et secunda ab c in f parhypate hypaton in parhypaten meson : et tertia ab d in g lichano hypaton in lichanon meson. et parhypate ⁊ lichane monstrate sunt mobiles. constat ergo ab b ad e ter diatessaron sed semel dumtaxat in stabilibus: immobilibusq; contineri. ❡ Secundo dico ab b hypate hypaton ad f vsq; parhypaten meson: solum ter contineri diapente. Nam per decimam tertij diapente tribus tonis semitonioq; minore cōstat. sed per quartā et quintam huius b ad f solum duos tonos et duo semitonia minora continet: que duo semitonia minora per 34 secundi minus vno tono: commate restituunt. ergo vt b ad f diapente consonantiam compleat: plena deest apotome. non constituit ergo b ad f diapente. Item c ad g per quartam et quintam huius continet tres tonos qui sunt c ad d: d ad e: ⁊ f ad g: et vnum semitonium minus quod est e ad f. Igitur per decimam tertij c ad g consonat diapente. eritq; c ad g prima diapente et per easdem d ad h continet tres tonos: qui sunt d ad e: f ad g: et g ad h: ⁊ semitonium minus e ad f. ergo d ad h consonat diapente : eritq; d ad h secunda diapente. ⁊ ab e ad i per quartam et sextam consimiliter continentur tres toni et semitonium minus. erit ergo e ad i tertia diapente. ter igitur ab b vsq; ad f continetur diapente. sed cum prima sit ab c parhypate hypaton in g lichanon meson. et parhypatas et lichanas monstrauerit decimanona huius esse mobiles. erit ergo c ad g prima diapente in mobilibus constituta. ⁊ cum secunda sit ab d lichano principalium in h mesen: lichanos autem mobilis sit: ⁊ mese immobilis: secunda igitur diapente partim variabilis exstit. Et cum tertia sit ab e hypate meson ad i paramesen que per eandem decimamnonam stabiles monstrate sunt. erit igitur tertia diapente omnino stabilis atq; firma. ❡ Tertio dico ab b hypate hypaton vsq; ad i paramesen septies contineri diapason. sed solum ter in immobilibus: quater autem in mobilibus. Nam b ad i per quartam quintam et sextam huius continet quinq; tonos et duo semitonia minora. ergo per vicesimam primam tertij b ad i consonat diapason: eritq; b ad i prima diapason. Et per idem c ad k: d ad l ⁊ e ad m: singule intercipiunt quinq; tonos et duo semitonia minora: erit ergo c ad k secunda diapason. et d ad l tertia. ⁊ e ad m quarta. sed per quartam: quintam: sextam atq; septimā simul f ad n similiter continebit quinq; tonos ⁊ duo semitonia minora. similiter et g ad o et h ad p. erit ergo quinta diapason f ad n. sexta g ad o. et septima h ad p. igitur ab b ad i vsq;: continetur septies diapason. atqui primam prebent hypate hypaton ⁊ paramese diezeugmenon. ⁊ quartam hypate meson ⁊ nete diezeugmenon. et septimam mese ⁊ nete hyperboleon. hypatas autem mesas paramesas et netas monstrauit decimaoctaua immobiles atq; stabiles. igitur inter illas septem diapason consonantias diapason ter in immobilibus reperitur. Sed secundam prebent parhypate hypaton et trite diezeugmenon. Tertiam lichanos hypaton et paranete diezeugmenon. Quintam parhypate meson ⁊ trite hyperboleon. Sextam lichanos meson et paranete hyperboleon: sed decimanona parhypatas: tritas: lichanas ⁊ paranetas: monstrauit esse mobiles. igitur inter illas septem consonantie diapason vices: quater in mobilibus mutabilibusq; facta reperitur: quod est totum propositum. ❡ Quod autem diuus Seuerinus sapientum latinorum disciplinas sectantium primus: quem ⁊ in hoc opere quantum valemus imitamur suis disciplinis non parum adiuti decimo tertio capite quarti sue musices species diapente numerando eas quattuor faciat: id introductorie factum putetur: vbi precisam nō curauit veritatē. sed cōmunem secutus illic est extimationē: quod facile ex eius superiori determinatione cognoscitur. hic autē nō introductionis sed exacte determinationis locus est.

21 Tessaradecachordi chromatici inter assignatos limites ter itidē diatessaron: solū semel immobiliter. bis diapēte: semel immobiliter: semelq; partim mobiliter. septies autē diapason: ter vt in diatonico genere immobiliter: quaterq; mobiliter cōtinetur.

Semi.	Apoto.	Trisemi.	Semito.	Apoto.	Trise.	Tonus	Semi.	Apo.	Trise.	Semi.	Apo.	Trise.
b		e			h i				m			p
c	d		f	g			k	l		n	o	

¶ Tessaradecachordum ex quattuor tetrachordis constituitur: idcirco sic nuncupatum: q quattuordecim chordis |neruis| vocibusue contineatur. dico enim primo quattuordecim chordarum in genere chromatico continue per literas b|c|d|e|f|g|h|i|k|l|m|n|o|p |ab hypate hypaton dispositarum a primo ad quartum vsq; limitem: ter contineri diatessaron solum semel immobiliter. Nam per decimam b ad e continet diatessaron. eritq; b ad e prima diatessaron. sed c quia per decimum c ad d est apotome et d ad e trisemitonium: ergo c ad e continet duos tonos. et per vndecimam e ad f est semitonium. ergo per sextam tertij e ad f duos tonos et semitonium continens: erit diatessaron. erit igitur e ad f secunda diatessaron. et quia rursus per vndecimam e ad f est semitonium minus et f ad g apotome: ergo e ad g tonus. sed d ad e monstratum est trisemitonium. ergo d ad g continet duos tonos & semitonium: estq; d ad g tertia diatessaron. Et cum prima b ad e sit ab hypate hypaton in hypaten meson per decimamoctauam sit immobiliter. secunda vero e f et tertia d g: sunt a parhypate & lichano principalium: que decimanona patefecit esse mobiles. constat ergo primum. ¶ Secundo dico solum bis intra quintum limitem contineri diapente. quia enim b ad e per immediate monstratum est diatessaron. et e ad f: & f ad g simul tonus. ergo per decimamtertiam tertij b ad g concinit diapente. eritq; b ad g prima diapente. ea tamen sex vocibus & non quinq; explebitur: proprietatem diapente non seruans. at e ad g non explebit diapente. Nam per modo monstratum ad diapente complementum deerit b ad e semitonium minus. neq; e ad h. Nam per vndecimam huius g ad h continet trisemitonium. at e g ad diapente cō plementum solum deerat semitonium minus: superat igitur e h consonantiam diapente completo tono. neq; d h continet diapente. Nam cum e h superet consonantiam diapente integro: completoq; tono: dempta ergo e d apotome relinquetur d h superans diapēte consonantiam semitonio minore. sed e ad i consonat diapente: est enim h ad i per duodecimam tonus. sed d ad h per immediate monstratum superat consonantiam diapente semitonio minore. dempto ergo d e trisemitonio minore: relinquitur e h deficiens tono a diapente: addito igitur h i tono fiet diapente. estq; e ad i secunda diapente. Ab b igitur ad f quintum limitem solū bis sumitur diapente. Et cum prima diapente b g sit ab hypate hypaton immobili ad lichanon meson partim mobilem: fit ergo primo partim mobiliter. At vero cum secunda e i sit ab hypate meson ad paramesen que monstrate sunt immobiles: fit ergo secundo modo immobiliter seruatur: q; secundo modo diapente proprietas vt de quinto loco in quintum fiat locum. ¶ Tertio dico septies fieri diapason ter immobiliter: quater vero mobiliter. Nam cum b ad e per primam partem huius monstrata sit diatessaron: et per secundam e ad i diapente. ergo per vicesimam tertij b ad i consonat diapason. erit itaq; b ad i prima diapason. Preterea quia e ad f sub inuenta secunda diatessaron: et f g est apotome g h trisemitonium: ergo f h duo sunt toni et h i tonus et i k semitonium. ergo f k diapente: et e f vt iam dictum est diatessaron. concinit igitur e ad k diapason: eritq; e k secunda diapason et eodem iure d l tertia diapason adiuuante duodecima huius. et e in quarta. f n quinta. g o sexta. & h p septima. Sed ter fieri immobiliter et quater mobiliter eodem modo vt in vicesima monstratur.

22 In tetradecachordo enarmonico: inter assignatos limites ter diatessaron & septies diapason vt in precedētibus cōtinetur. at semel dūtaxat diapente atq; immobiliter.

Diesis	Diesis	Dito.	Die.	Diesis	Dito.	Tonus	Diesis	Diesis	Dito.	Diesis	Diesis	Dito.
b		e			h i				m			p
c	d		f	g			k	l		n	o	

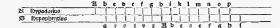
¶ Tetradecachordum et tessaradecachordum idem dicimus. sit igitur b|c|d|e|f|g|h|i|k|l|m|n|o|p tessaradecachordum enarmonicum. dico primo inter b e ter contineri diatessaron. Nam quia per decimamquintam huius b c d sunt due dieses tetrartemerie: erit b d semitonium minus. et d e est ditonus. erit igitur b e prima diatessaron. et eodem iure c f secunda. & d g tertia. & quia b e sunt hypate hypaton & hypate meson: fit igitur prima immobiliter. et c d sunt parhypate hypaton & lichanos hypaton mobiles: fit igitur et duobus modis mobiliter. ¶ Secūdo dico solum semel a primo ad quintum limitem fieri diapente: et id quidem immobiliter. nam non fiet diapente b f quia solam superaddit consonantie diatessaron b e diesim tetrartemeriam. neq; b g quia solum superaddit consonantie diatessaron duas dieses que sunt semitonium minus. neq; fiet b h quia consonantie diatessaron superaddit semitonium minus & duos tonos. neq; per idem fiet diapente c g aut e h. nam hic abundabit tonus & diesis: illic autem deerit tonus minus vna diesi. neq; d g. nam deerit tonus. neq; d h. nam tonus abundabit. at vero cū e h sit diatessaron: nam e f g due dieses: & g h ditonus |et e n h i sit tonus: erit igitur e i diapente. et cum e sit hypate meson et i paramese que monstrate sunt immobiles. fit igitur inter assignatos limites solum semel diapente atq; immobiliter. Tertio septies fieri diapason vt in diatonicis ex decimaquinta declaratur quemadmodum vicesima huius monstrata est.

23 Diatonice modulationis: septem modos ordine collocare.



¶ Sit a b c d usque ad p pentadecachordum diatonicum. sit r pro hypodorio pentadecachordum diatonicum a b c d e f g h i k l m n o p grauissimum: quod ut aliorum basis atque fundamentum statuatur: extendo uno tono in acumen proslambanomenon pentadecachordi s amplius quam sit proslambanomenos r ad quem ceteras voces suo ordine per quartam quintam et sextam huius in diatonico modulandi genere subiungo. eritque pentadecachordum s per diffinitionem hypophrygii modi. Similiter extendo proslambanomenon pentadecachordi t semitonio amplius quam tensus sit proslambanomenos pentadecachordi s cui tetrachorda per quartam quintam et sextam huius ut prius coapto. eritque per diffinitionem t pentadecachordum hypolydii modi. et proslambanomenon v uno tono extendo amplius quam hypolydii: cui ceteras voces suo ordine sequentes in diatonico genere coapto. eritque concentus pentadecachordi v per diffinitionem dorius. et si amplius extendo x uno tono: erit pentadecochordi x cantus phrygius. et si y semitonio minore: erit eius concentus lydius. At z amplius extenso uno tono: fiet concentus myxolydius. sicque factum per diffinitiones patebit propositum.

Que diuersorum modorum in aliquo genere fuerit prime vocis ad primam habitudo: ea erit secunde ad secundam et tertie ad tertiam et cuiuslibet totius ad totam similis eademque habitudo. 24



¶ Sit a|b|c|d ad p usque pentadecachordum hypodorium in aliquo genere ut diatonico: et q|r|s et sequentes pentadecachordum hypophrygium. distabitque idcirco q proslambanomenos hypophrygii ab a proslambanomeno hypodorii modi acutior uno tono. dico ergo singulas hypophrygii et singulis hypodorii ut hypatas hypatis|parhypatas parhypatis|lichanos lichanis et ita consequentes: similiter tono|tonique proportione distare. Nam cum pentadecachordum a p et pentadecachordum q g sint utraque a proslambanomeno in neten hyperboleon diatonice extensa: ergo que proportio a ad b ea est per quartam huius q ad r: ergo per tertiam secundi Arithmetice permutatim ut a ad q ita b ad r. at a ad q monstratus est esse tonus: igitur et b ad r tonus. et consimiliter de sequentibus ostendantur.

Totus ordo diatonicus pentadecachordi hypophrygii modi: totum hypodorium vnius acumine toni superat: & totus hypolydius eundem trisemitonio. singule quoque dorii singulas hypodorii diatessaron consonantia. totus vero phrygius consonantia diapente. lydius autem diapente atque semitonio. & myxolydius diapente atque sesquitono. 25



¶ Nam proslabanomenos hypophrygii tono superat acumine proslambanomenon hypodorii. ergo per precedentem totus hypophrygius ordo totum hypodorium ordinem: toni superat acumine. et quia proslambanomenos hypolydii superat acumine semitonii minoris hypophrygium: ergo idem superat acumine proslambanomenon hypodorium trisemitonio. igitur per precedentem totus hypolydius ordo totum hypodorium ordinem trisemitonio supereuadit acutior. sed et quia dorius toni acutie vincit hypolydium: ergo dorius duobus tonis et semitonio acutior est hypodorio. ergo per sextam tertii eo acutior est conso-

nantia diatessaron. quare per precedentem singule dorii singulis hypodorii diatessaron consonantis foniunt acutiores. et phrygius addit tonum in acumine dorio: igitur totus phrygius toto hypodorio diapente consonantia modulatur acutior. et lydius phrygio addit semitonium minus et myxolydius lydio tonum. igitur lydius hypodorio diapente et semitonio et myxolydius diapente et sesquitono sonabit acutior. quod totum est propositum.

26 Hypolydius diatonicus hypophrygium diatonicum semitonio, & dorius trisemitonio, phrygius diatessaron, lydius diatessaron & semitonio, myxolydius diatessaron consonantia, atque sesquitonio superevadit acutior: & dorius hypolydio tono, phrygius ditono, lydius diatessaron & myxolydius diapente: phrygius autem ad dorium sonat tonum lydius trisemitonium & myxolydius diatessaron, lydius phrygio semitonium & myxolydius sesquitonum: myxolydius autem lydio tonum.

ℭ Hec ut precedens vel quam facili me monstrabitur.

27 Septem modos chromatice modulationis constituere.

A b c d e f g h i k l m n o p

R	Hypodorius		p 7
S	Hypophrygius	Tonus	p Chro
T	Hypolydius	Semito. A	p ma
V	Dorius	Apotome A	p tici
X	Phrygius	Trisemitonium A	p mo
Y	Lydius	Semitonium A	di
Z	Myxolydius	Apotome A	

A b c d e f g h i k l m n o p

ℭ Facio r pentadecachordum chromaticum per decimam undecimam et duodecimam huius et similiter sex alia scilicet s | t | v | x | y | z: facioque pentadecachordum s tono acutius r. et t pentadecachordum semitonio acutius s. v vero apotomes intervallo acutius t. et x trisemitonio amplius quam v, y semitonio amplius quam x. et z apotome transcendere y: dico ergo septem modos chromatice modulationis esse ordinatos. nam r erit hypodorius s per diffinitionem hypophrygius chromaticus. t hypolydius. v dorius. x phrygius. y lydius. z myxolydius.

28 Quo pacto singuli cuilibet inter se chromatici modi respondeant: ostendere

ℭ Distat per precedentem hypophrygius ab hypodorio chromatico tono. et hypolydius ab hypophrygio semitonio. distat igitur hypolydius ab hypodorio acutior trisemitonio. et dorius ab hypolydio distat apotome. igitur dorius ab hypodorio remotus est ditono. phrygius autem ab dorio trisemitonio. igitur phrygius ab hypodorio removetur tribus tonis et semitonio: hoc est totius consonantie diapente intervallo. et lydius a phrygio semitonio. igitur lydius ab hypodorio diapente atque semitonio. myxolydius ab lydio distat apotome. igitur myxolydius ab hypodorio diapente consonantia distat acutior atque tono. Et hoc pacto de reliquis ex precedente perfacilis est ostensio. ut hypolydius ab hypophrygio distat semitonio. dorius tono. phrygius diatessaron. lydius diatessaron et semitonio myxolydius diapente. dorius a phrygio distat apotome. phrygius ditono. lydius diatessaron, myxolydius tritono. Phrygius a dorio trisemitonio. lydius tono et duobus semitoniis minoribus. myxolydius vero diatessaron. Lydius a phrygio semitonio et myxolydius tono. distat autem myxolydius ut iam quoque dictum est a lydio maiore semitonio. sicque constructum est propositum.

29 Septem itidem enarmonicos modos ordinare.

A b c d e f g h i k l m n o p

R	Hypodorius		p 7
S	Hypophrygius	Tonus	p Enar
T	Hypolydius	Diesis A	p mo
V	Dorius	Diesis A	p ni
X	Phrygius	Ditonus A	p ci
Y	Lydius	Diesis A	mo
Z	Myxolydius	Diesis A	di.

A b c d e f g h i k l m n o p

ℭ Sint r | s | t | v | x | y | z | septem pentadecachorda: et sit per decimamquintam huius r pentadecachordum enarmonicum: intendo proslambanomenon pentadecachordi s uno tono amplius pentadecachordo r. et t diesi amplius quam s. et v diesi amplius quam t. et x ditono amplius quam v. et y amplius diesi x. et z amplius itidem diesi quam y. erunt ergo scelicet acumen intensa sex post primum pentadecachorda: primo tono. deinde duabus diesibus et ditono. demum duabus diesibus: qui quidem intendendi modus enarmonice modulationis

peculiaris propriusq; habetur. sunt igitur septem pentadecachorda r|s|t|v|x|y|z: septem enarmonice modulationis modos continentia. quod demonstrari propositum erat.

Singulorum enarmonicorum modorum: ad quelibet habitudines demonstrare. 30

¶ Huius ex precedenti demonstratio clara esse potest. Primo hypophrygii ab hypodorio distantiam esse tonum. hypolydii tonum et diesim. dorii sesquitonum. phrygii diapente. lydii diapente ac diesi. myxolydii diapente et semitonio. Secundo hypolydium distare ab hypophrygio diesi. dorium semitonio. phrygium diatessaron. lydium diatessaron et diesi. myxolydium diatessaron et semitonio. Tertio dorium ab hypolydio diesi. phrygium ditono et diesi. lydium diatessaron. myxolydium diatessaron et diesi. Quarto phrygium a dorio ditono. lydium ditono et diesi. myxolydium diatessaron. Quinto lydium a phrygio diesi. et myxolydium semitonio. Sexto myxolydium distare diesi a lydio. ¶ Septem enim modos et nō plures adiecit priscorum autoritas Pythagoricorum. vt enim numerus a monade ad denarium vsq; varius crescens progreditur: mox vero sequens denarius vnitatis vicem obtinet primāq; explicat vnitatem eiusdem indiuidue monadis consors et emulus: quē ad centenarium vsq; rursus nouenaria progressione se extendit: relapsus tandem in tertiam vnitatem. Ita quoq; vocum dissimilitudo ac varietas ex quibus instar celestis harmonie concentus humani: modiq; formātur ad octonarium vsq; surgit. suntq; septem continue voces inter se varie quibus succedens octonaria vocis plenitudo (Primus eñ numeralis cubus primaq; tessera octonarius) ad primam rursus sonat vt eadem: et ad eam sese habens perinde ac denarius ad vnitatem. Et hec octonaria series in omni modulationis genere sic rata procedit: vt continue octauo quoq; loco octauum per similem sibi et pene eidem sonus offendat sonum. ita vt ex duobus natiua quadam concordiq; affinitate iam vnum sonum et non multos parere videantur: vsq; adeo enim se miscent: et mutua se iungunt: copulantq; amicitia. Et harum septem vocum que grauissima tardissimaq; est: Saturno debetur. proxima Ioui: tertia Marti. quarta Phebo. quinta Veneri. sexta Mercurio. septima vero earū acutissima: cōcitatissimaq; Lune. octaua autem rursum reuoluitur ad Saturnum: nona ad Iouem: decima ad Martem. et hoc pacto consequentes: vt sapiens voluit antiquitas. Et re vera totius vniuersi harmonia septenario completa est. et hec septem in celo celestem: in his autem inferioribus corpoream: sensibilemq; temperant harmoniam. sed hec magi plenius discutiant. hinc licet cognoscere cur hypermyxolydius: septem pythagoricis modis haud multum veniat accommodandus. Nam si in diatonico genere myxolydium pentadecachordum pro hypermyxolydio vno tono amplius acuatur: totus is vbiq; modus ad hypodorium consonaret diapason: octauusq; natus esset sonus: qui ad primum idem: congeneusq; naturali affinitate redditur. quare non ab hypodorio primo modo omnifariam varius putandus est. et eque si myxolydius intenderetur trisemitonio in chromate et ditono in enarmonio: sed de his forte amplius q̃ presenti negocio par sit dictum est. Et modi quos adiecere recentiores vt diuus Gregorius ab hac modorum antiquitate recedunt. et pleraq; alia que posteriores musici inculcauerunt et que ab illis facile requiras. et nostra quoq; tempestate musicum modulamen: atq; omnem concinentiam ad celeritatem quādam precipitemq; leuitatem reducere conantur: modestam grauē seriāq; ac decoram concentuum moderationē perparū attendentes. a moderatione enim dicti sunt modi. parum itē attendentes priscum musices honestatis: grauitatisq; decus: qua amentes arreptitiosq; soluebant. sanitates inducebant feros hominum mores vt olim Thracius Orpheus: ad mansuetos et virtutis callem reuocabant. et ex sensibilium harmonia ad celestis harmonie desiderium captiuas animas tanq̃ sui iam memores exilii vbertim fluentibus oculis euocabant. hoc enim modorum accommoda mediocritate Pythagore discipuli faciebant. Non enim is inter homines modestior: cuius omnis incessus cursus videtur. neq; is cuius preceps nimium loquela presentium ludit intelligentiam. Ita quoq; neq; ii modestiores modi: qui nimia sui festinantia quasi in venerea chorea lasciuientes preterfugiant auditum. Hac enim de causa Pythagorea schola molles chromatis modos repudiauit et Spartiate solēni decreto Timotheum Milesium increpuerunt vehementer diatonicos concentus potius approbantes. qui si apte moderentur virtutis pre se ferunt modestiam. vt enim nimia tarditate seu torpore quodam fastidimur inani. ita nimia celeritas molliciē quādam pre se fert inhonestam. medium enim neq; celeritate preceps nec ignaua tarditate pigrum: laudabile virtutisq; emulum. quam omnis etas probauit probaturaq; est: et ad quam musici modi tanq̃ moderationis animi quedam certe regule nos perducere debent: et ad diuina mentes nostras iugiter rapere. et felices ii eruntqui hoc fine et musicen et omnem uniuersam philosophiam quesierint. neq; talibus deesse solet celestis fauor atq; presidium. qui autem secus faciunt miseri: quales nullos ad quos nostra hec modulationum elementa peruenerint futuros desideramus: quin eis omnis harmonie vite decus: feliciter optamus: nostriq; victuros memores.

Quarti Elementorum Musices Finis.

Explicitum est ergo Volumē quattuor
Introductionū Mathematicaliū Magistro Petro Ciruelo Darocensi interprete simul et correctore. Laus deo.

1516